

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet elektrotehnike i računarstva

Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija

Laboratorij za signale i sustave

# Transmultiplekseri u komunikacijama: identifikacija i eliminacija utjecaja prijenosnog kanala

---

Martin Puljić, Marko Perlić i Mario Haus

26. siječnja 2009.

## Sadržaj

Transmultiplekseri u komunikacijama: identifikacija i eliminacija utjecaja prijenosnog kanala .....	3
Sažetak .....	3
Općenito o transmultiplekserima .....	3
Matematička analiza sustava .....	5
Eliminacija <i>interblock interference</i> (IBI) .....	5
Poništenje <i>multiuser interference</i> (MUI) .....	9
Pregled metoda za eliminaciju utjecaja kanala.....	10
Slijepa identifikacija kanala .....	13
Metoda slijepe identifikacije u frekvencijskoj domeni .....	15
<i>Cyclic prefix</i> metoda slijepe identifikacije .....	16
Zaključak.....	19
Literatura.....	19

# Transmultiplekseri u komunikacijama: identifikacija i eliminacija utjecaja prijenosnog kanala

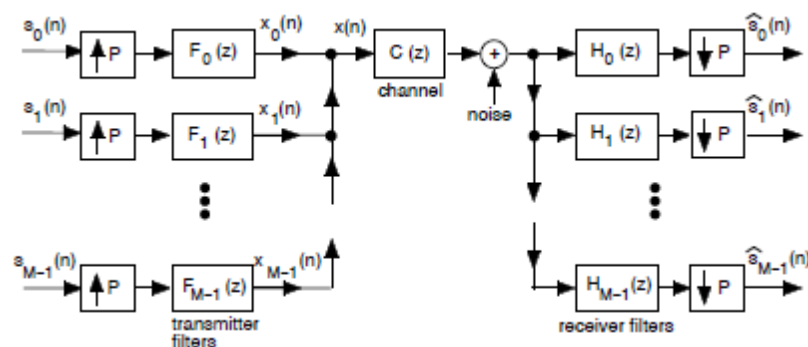
## Sažetak

U modernim digitalnim komunikacijskim sustavima zahtjevi na efektivnu brzinu prijenosa podataka te na broj korisnika koji dijele isti medij za komunikaciju sve su veći. Zbog toga su sve izraženiji problemi kao što su *multiuser interference*, *intersymbol interference* te osjetljivost na šum. ISI i šum su posljedica realnih kanala. Uvođenjem redundancije u sustav, a upravo to rade transmultiplekseri, ti se problemi mogu gotovo u potpunosti otkloniti. U ovom radu je dan pregled nekoliko metoda koje se koriste za identifikaciju i eliminaciju utjecaja kanala na prijemnoj strani. Svaka od metoda ima određenih prednosti i nedostataka: neke daju vrlo dobre rezultate, ali su zahtjevne za implementaciju (MMSE) ili troše previše procesorskog vremena (obična slijepa identifikacija), dok su druge jednostavnije (kao FSE) i daju dobre rezultate. Često se optimizacijom postojećih metoda može smanjiti vrijeme potrebno za dobivanje rezultata (slijepa identifikacija u frekvencijskoj domeni) ili dobiti bolji SNR na izlazu (optimalni FSE).

## Općenito o transmultiplekserima

Transmultiplekseri se već dulje vrijeme koriste u digitalnim komunikacijama i prvenstveno su promatrani kao sustavi koji vremenski multipleksirane komponente signala pretvaraju u frekvencijski multipleksirane signale. Sa razvojem matematičke podloge, općenitije se promatraju i primjenjuju tako da se danas prvenstveno koriste kao filtarske banke prekoderi. Takvi prekoderi omogućuju kompenzaciju kanala na prijemnoj strani te poništavanje *multiuser interference* (MUI) u *Code division multiple access* (CDMA) kanalima.

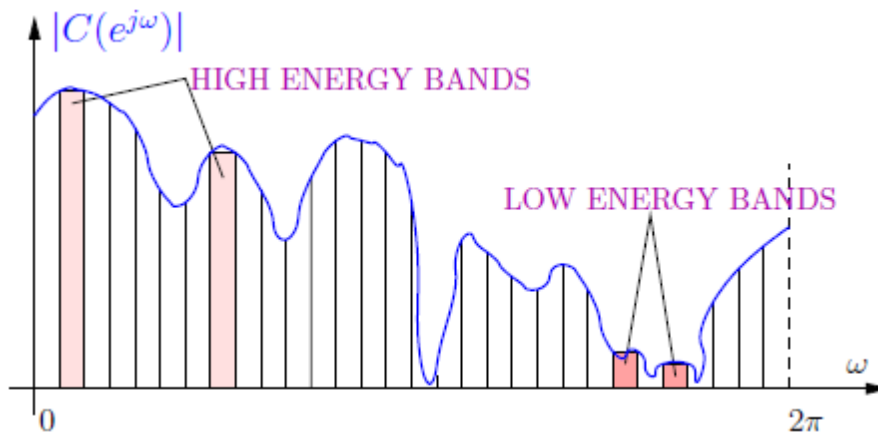
Na slici 1 prikazan je transmultiplekser sa M korisnika. Na ulaz sustava dovode se signali  $s_k[n]$  koji su nizovi simbola generiranih npr. PAM ili QAM modulacijom. To mogu biti signali generirani od različitih korisnika koji žele emitirati poruke istim kanalom (primjena kod DSL tehnika) ili dijelovi signala kojeg šalje samo jedan korisnik (*spread-spectrum* tehnike). Ti signali se najprije ekspandiraju, a zatim propuštaju kroz odašiljačke (interpolacijske) filtre  $F_k(z)$ . Suma signala na izlazima filtara šalje se kanalom opisanim kao linearnim nepromjenjivim filtrom i aditivnim šumom. Na prijemnoj strani filtri  $H_k(z)$  razdvajaju signale koji se nakon toga decimiraju kako bi se vratili na početno stanje.



Slika 1. Transmultiplekser sa M korisnika

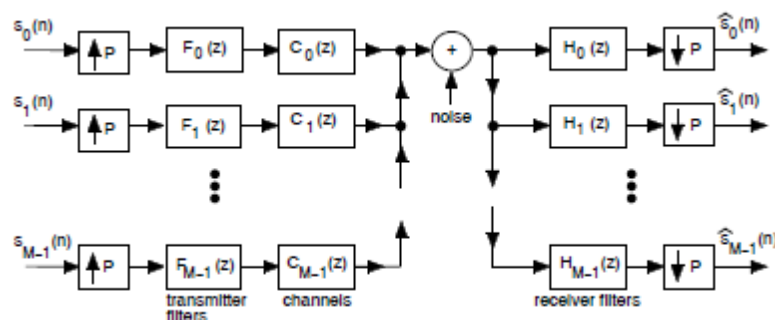
Vidljivo je da za M signala koji se multipleksiraju u jedan kanal nužno vrijedi  $P \geq M$  (kada je  $P > M$ , radi se o redundantnom multipleksu, a kada je  $P = M$ , o minimalnom transmultipleksu).

Primljeni signali  $\hat{s}_k[n]$  razlikuju se od poslanih  $s_k[n]$  zbog nekoliko razloga. Prvi je *multiuser interference* (MUI). To znači da na signal  $\hat{s}_k[n]$  ne utječe samo  $s_k[n]$  nego svi signali  $s_m[n]$ ,  $m \neq k$ . Drugi je linearna distorzija koju unosi kanal  $C(z)$  posljedica čega je *intersymbol interference* (ISI), a posljednji je prisutnost aditivnog šuma. Zadaća je prijemnika smanjiti pogrešku detekcije na prihvatljivu razinu. Kada ne bi bilo šuma, bila bi moguća potpuna rekonstrukcija simbola na prijemničkoj strani čak i za  $P = M$ , ali se većinom koristi  $P > M$  jer je tada moguće kanal, koji je pretpostavljen kao FIR filter, kompenzirati samo FIR filtrima čije koeficijente prijemnik lakše pogađa ako je prisutna redundancija u sustavu (to se naziva metodom slijepo identifikacije kanala). Također ako je  $P > M$  moguća je kompenzacija „loših“ kanala, tj. kanala koji imaju nule izvan ili blizu jedinične kružnice pa bi inverzno filtriranje moglo biti nekauzalno, nestabilno ili preosjetljivo na šum. Uvođenje redundancije na predajniku omogućuje izbjegavanje inverznog filtriranja. Uz redundanciju neki primopredajnici raspoređuju bitove i snagu po frekvencijskim pojasevima kanala (slika 1.1) neuniformno tako da se dobije bolje performanse sustava u cjelini. Separacija korisnika u višekorisničkom sustavu, tj. poništavanje smetnji između različitih signala poslanih istim kanalom također je omogućena redundancijom, a bez gubljenja kvalitete signala.



Slika 1.1 A – F karakteristika kanala podijeljena po pojasevima

Na slici 2 prikazan je poopćeni transmultiplekser sa M korisnika. Tu kanali više nisu svi isti što je slučaj u bežičnim komunikacijama.



Slika 2. Poopćeni transmultiplekser sa M korisnika

## Matematička analiza sustava

Budući da za linearni vremenski nepromjenjiv filter  $G(z)$  koji se nalazi između ekspandera i decimatora vrijedi  $D(z)=[G(z)]_{\downarrow P}$ , prijenosna funkcija sustava sa slike 2 je

$$T_{km}(z) = [H_k(z)C_m(z)F_m(z)]_{\downarrow P} \quad (1)$$

Odabirom filtera  $\{F_m(z)\}$  i  $\{H_k(z)\}$  takvih da vrijedi

$$[H_k(z)C_m(z)F_m(z)]_{\downarrow P} = \delta(k - m), \quad (2)$$

tada je zadovoljen uvjet potpune rekonstrukcije. U slučaju da je  $P=M$  ne postoje uvijek FIR ili stabilni IIR filtri koji zadovoljavaju navedeni uvjet potpune rekonstrukcije, npr.  $P=M=1$ ,  $H(z)C(z)F(z)=1$  očito ne može biti zadovoljeno ako su sve tri prijenosne funkcije FIR.

## Eliminacija *interblock interference* (IBI)

Pretpostavimo da je kanal FIR filter opisan prijenosnom funkcijom

$$C_m(z) = \sum_{n=0}^L c_m(n)z^{-n}, \quad (3)$$

a  $H_k(z)$  i  $F_m(z)$  prikazani u polifaznoj formi

$$F_m(z) = \sum_{i=0}^{P-1} z^{-i} R_{i,m}(z^P), \quad H_k(z) = \sum_{i=0}^{P-1} z^i E_{k,i}(z^P) \quad (4)$$

Tada je put između  $m$ -tog predajnika i  $k$ -tog prijemnika (uz zanemarenje šuma) opisan matricom  $C_m(z)$  čiji su elementi

$$[C_m(z)]_{\ell,i} = [z^{\ell-i} C_m(z)]_{\downarrow P} \quad (5)$$

Npr. kada je  $L=2$  i  $P=5$   $C_m(z)$  je

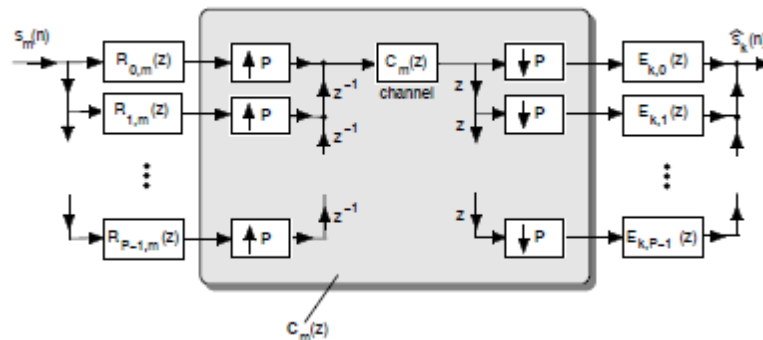
$$\left( \begin{array}{ccc|cc} & P-L & & & L \\ c_m(0) & 0 & 0 & z^{-1}c_m(2) & z^{-1}c_m(1) \\ c_m(1) & c_m(0) & 0 & 0 & z^{-1}c_m(2) \\ c_m(2) & c_m(1) & c_m(0) & 0 & 0 \\ 0 & c_m(2) & c_m(1) & c_m(0) & 0 \\ 0 & 0 & c_m(2) & c_m(1) & c_m(0) \end{array} \right)$$

(6)

To je blokirana verzija matrice  $C_m(z)$  koja se može razdijeliti na dva načina:

$$C_m(z) = P \begin{pmatrix} P-L & L \\ \mathbf{A}_m & \mathbf{B}(z) \end{pmatrix} = \begin{matrix} L \\ P-L \end{matrix} \begin{pmatrix} P \\ \mathbf{C}(z) \\ \mathbf{D} \end{pmatrix}$$

(7)



Slika 3. Polifazna forma m-tog predajnika i k-tog prijmnika

Sa slike 3 vidljivo je da je prijenosna funkcija sustava dana kao

$$[E_{k,0}(z) \ E_{k,1}(z) \ \dots \ E_{k,P-1}(z)] C_m(z) \begin{bmatrix} R_{0,m}(z) \\ R_{1,m}(z) \\ \vdots \\ R_{P-1,m}(z) \end{bmatrix}$$

(8)

To se opet može zapisati u dvije forme

$$[E_{k,0}(z) \ E_{k,1}(z) \ \dots \ E_{k,P-1}(z)] \begin{pmatrix} \mathbf{A}_m & \mathbf{B}(z) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} R_{0,m}(z) \\ R_{1,m}(z) \\ \vdots \\ R_{P-1,m}(z) \end{bmatrix} \quad (9)$$

ili

$$[E_{k,0}(z) \ E_{k,1}(z) \ \dots \ E_{k,P-1}(z)] \begin{pmatrix} \mathbf{C}(z) \\ \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} R_{0,m}(z) \\ R_{1,m}(z) \\ \vdots \\ R_{P-1,m}(z) \end{bmatrix} \quad (10)$$

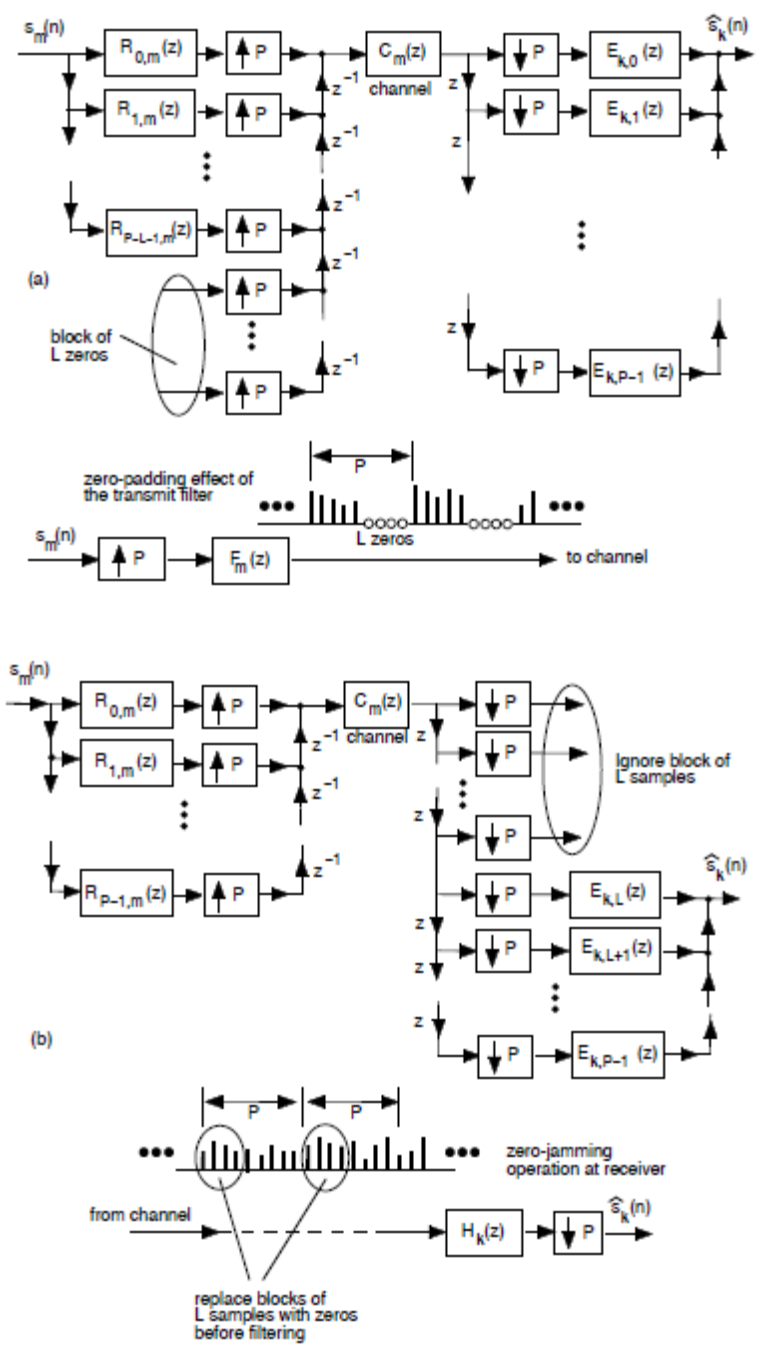
$\mathbf{B}(z)$  i  $\mathbf{C}(z)$  sadrže  $z^{-1}$  tako da one predstavljaju interferenciju ulaznih vektora u različitim trenucima na ulazu kanala  $C_m(z)$ . To se zove *inter-block interference* (IBI). IBI je moguće eliminirati na dva načina:

1. *Zero-padding*: na kraj svakog bloka od  $P-L$  simbola ubacuje se  $L$  nula. Na taj način eliminira se  $\mathbf{B}(z)$  jer je

$$R_{P-L,m}(z) = \dots = R_{P-1,m}(z) = 0. \quad (11)$$

2. *Zero-jamming*: na početak svakog bloka od  $P$  primljenih simbola, blok od  $L$  uzoraka zamjenjuje se nulama. Tako se eliminira  $\mathbf{C}(z)$  jer je tada

$$E_{k,0}(z) = \dots = E_{k,L-1}(z) = 0. \quad (12)$$



Slika 4. Dva načina kako postići da efektivna matrica kanala bude konstanta. (a) *zero-padding* i (b) *zero-jamming*



## Poništenje *multiuser interference* (MUI)

Budući da je matrica  $\mathbf{A}_m$  Toeplitzova matrica, vrijedi da za bilo koji broj  $\rho_k$  različit od nule matrica zadovoljava jednadžbu

$$[1 \ \rho_k^{-1} \ \dots \ \rho_k^{-(P-1)}] \mathbf{A}_m = C_m(\rho_k) [1 \ \rho_k^{-1} \ \dots \ \rho_k^{-(P-L-1)}] \quad (13)$$

gdje je  $C_m(z)$  definirana kao i prije.

To će svojstvo biti iskorišteno u poništenju MUI. Pretpostavimo da smo odabrali

$$\begin{aligned} H_k(z) &= a_k(1 + \rho_k^{-1}z + \rho_k^{-2}z^2 + \dots + \rho_k^{-(P-1)}z^{(P-1)}) \\ F_m(z) &= r_{0,m} + r_{1,m}z^{-1} + \dots + r_{P-L-1,m}z^{-(P-L-1)} \end{aligned} \quad (14)$$

$\rho_k$  različiti u intervalu  $0 \leq k \leq M-1$ . Upotrebom identiteta (13) prijenosna funkcija sustava može se napisati kao

$$\begin{aligned} & a_k [1 \ \rho_k^{-1} \ \dots \ \rho_k^{-(P-1)}] \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} r_{0,m} \\ r_{1,m} \\ \vdots \\ r_{P-L-1,m} \end{bmatrix} \\ &= a_k C_m(\rho_k) [1 \ \rho_k^{-1} \ \dots \ \rho_k^{-(P-L-1)}] \begin{bmatrix} r_{0,m} \\ r_{1,m} \\ \vdots \\ r_{P-L-1,m} \end{bmatrix} \\ &= a_k C_m(\rho_k) F_m(\rho_k) \end{aligned} \quad (15)$$

Vidljivo je da prijenosna funkcija konstanta, tj. Neovisna je o  $z$ . Ako su  $a_k$  izabrani kao

$$a_k = \frac{1}{C_k(\rho_k)} \quad (16)$$

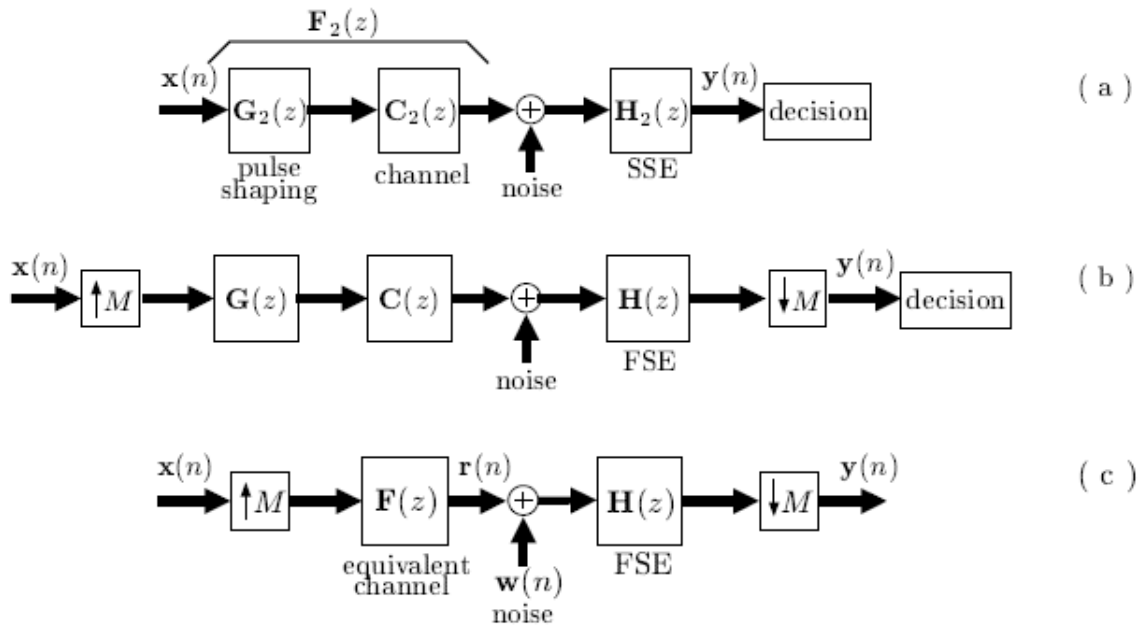
Tada uvjet potpune rekonstrukcije  $T_{km}(z) = \delta(k-m)$  prelazi u

$$F_m(\rho_k) = \delta(k - m), \quad 0 \leq k, m \leq M - 1 \quad (17)$$

Taj je uvjet zadovoljen dokle god  $F_m(z)$  ima  $M$  stupnjeva slobode (FIR reda  $\geq M - 1$ ). To daje uvjet  $P \geq M + L$ . Biramo  $P = M + L$  što znači da prethodni zaključci vrijede dok je red kanala  $L$ . Iz uvjeta (17) proizlazi da je MUI moguće poništiti čak ako i nisu poznati kanali već samo red kanala  $L$ . Navedeni sustav kompenzacije kanala poništava efekte kanala ne vodeći računa o aditivnom šumu tako da se može desiti da je na nekim frekvencijama  $C(e^{j\omega})$  jako malo pa inverzna vrijednost u prijemu jako pojačava šum. Zbog toga postoje kompenzatori koji minimiziraju srednju kvadratnu pogrešku između poslanog i primljenog simbola, tzv. *MMSE equalizers*.

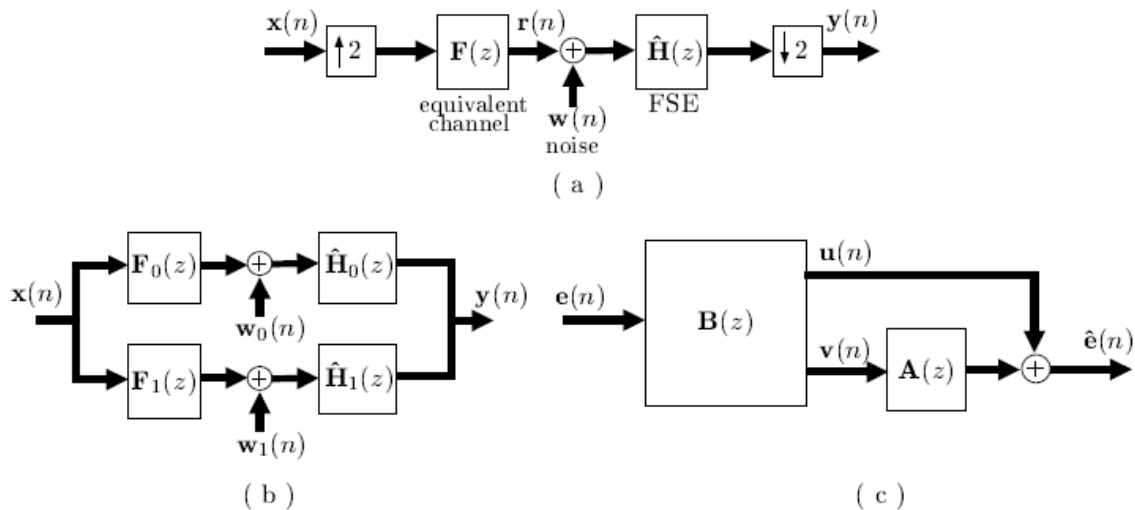
## Pregled metoda za eliminaciju utjecaja kanala

Pretpostavka je da su poznate prijenosna funkcija kanala i statistika šuma.



Slika 5.1 Metode za eliminaciju kanala

Na slici 5.1 (a) prikazan je klasični MIMO digitalni komunikacijski sustav sa simbolički razmaknutim kompenzatorom (*sample spaced equalizer, SSE*). To je filtar inverzan FIR filtru  $F_2(z)$ . Nedostatak te metode je što ne postoji uvijek inverz filtra  $F_2(z)$ , ako postoji to je najčešće IIR filtar koji često pojačava šum na prijemnoj strani te je potiskivanje ISI vrlo osjetljivo na fazu uzorkovanja kod prijemnika. Zbog toga postoje metode koje koriste frakcionalno razmaknute kompenzatore (*fractionally spaced equalizers, FSE*) koji su neosjetljiviji na fazu uzorkovanja te se često mogu realizirati FIR filtrima. Temelje se na pretipkavanju signala sa faktorom  $M$ . Ekvivalentni kanal u ovom slučaju  $F(z)$  je takav da je  $F_2(z)=[F(z)]_{\downarrow M}$  što je pojednostavljeno prikazano na slici 5.1 (c). FSE  $H(z)$  sa slike 5.1 (c) nije ništa drugo nego bioortogonalni par matrice kanala  $F(z)$ , ali budući da nije jedinstven, to se može iskoristiti za smanjenje snage šuma u prijemniku.



Slika 5.2 Optimizacija bioortogonalnog para za slučaj  $M=2$ . Svodi se na dizajniranje  $A(z)$  tako da je komponenta šuma u  $y(n)$  minimalna

Definirajmo

$$\mathbf{e}(n) = \begin{bmatrix} w_0(n) \\ w_1(n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0(z) & \mathbf{H}_1(z) \\ \mathbf{W}_{21}(z) & \mathbf{W}_{22}(z) \end{bmatrix} \quad (18)$$

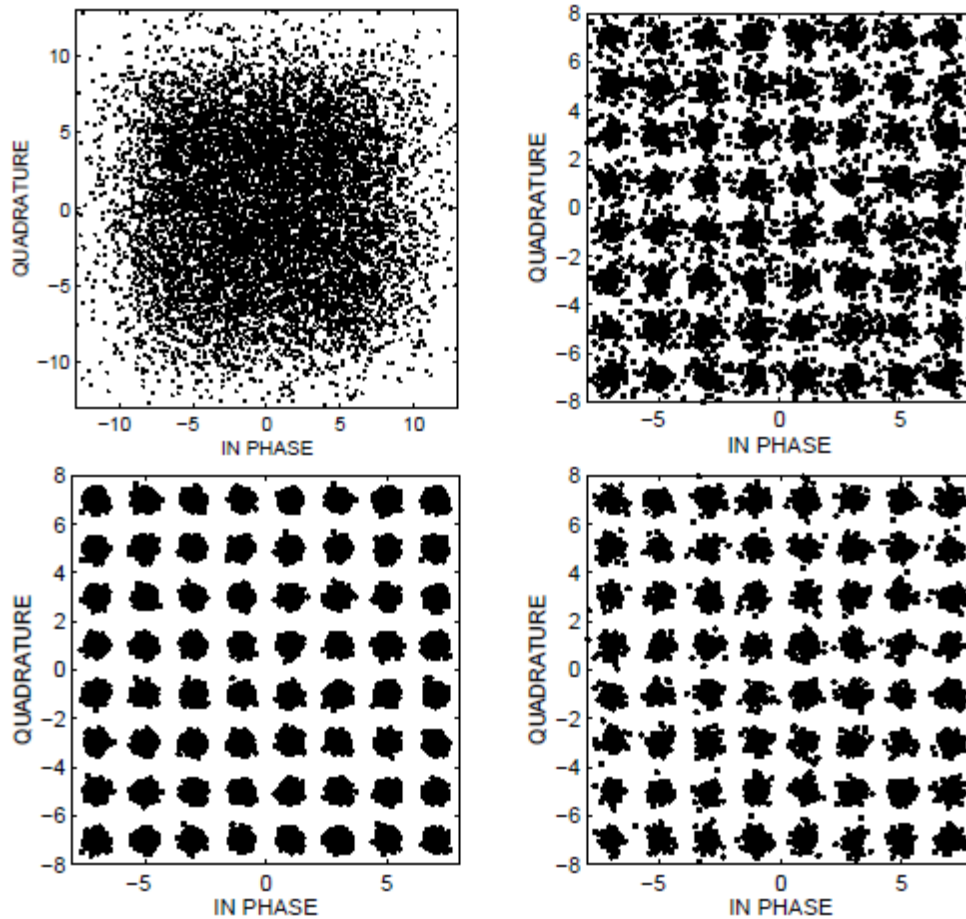
Treba pronaći

$$\mathbf{A}(z) = \sum_{i=0}^{N_A-1} \mathbf{A}_i z^{-i} \quad (19)$$

takav da je norma

$$\hat{\mathbf{e}}(n) = \mathbf{u}(n) + \sum_{i=0}^{N_A-1} \mathbf{A}_i \mathbf{v}(n-i) \quad (20)$$

manja od odgovarajuće norme kada se upotrebljava neka druga matrica  $\mathbf{A}$  istog ili manjeg reda. To je zapravo istovjetno problemu nalaženja najboljeg linearnog estimatora reda  $N_A - 1$  za vektor  $-\mathbf{u}(n)$  s obzirom na zadani vektor  $\mathbf{v}(n)$ . Može se pokazati da je za opći  $M$  rješenje problema Wienerov filtar.



Slika 5.3 Počevši slijeva u smjeru kazaljke na satu: SSE, obični FIR FSE, optimizirani FIR FSE, optimizirani FIR FSE Wienerovim filtrom

Mada predložene metode u potpunosti uklanjaju linearna izobličenja kanala, statistički najbolji je MMSE (*minimum mean squared error*) equalizer. To je zapravo Wienerov filter za rekonstrukciju linearno izobličenog (kanalom  $E(n)$ ) i zašumljenog (aditivnim šumom dane statistike) signala  $x(n)$ . Neka je

$$\mathcal{G} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{E}_0 & \dots & \mathbf{E}_{N_E-1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_0 & \dots & \mathbf{E}_{N_E-1} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{E}_0 & \dots & \mathbf{E}_{N_E-1} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

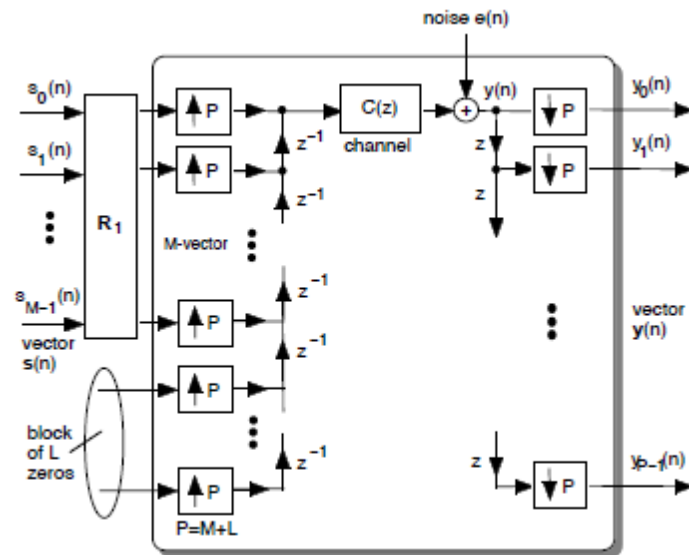
Može se pokazati da je MMSE rješenje za  $R(z)$  dano kao impulsni odziv od

$$\mathcal{P} \triangleq [\mathbf{R}_0 \ \mathbf{R}_1 \ \dots \ \mathbf{R}_{N_R-1}] = \mathcal{R}_{X,1} \cdot \mathcal{G}^\dagger \cdot (\mathcal{G} \cdot \mathcal{R}_{XX} \cdot \mathcal{G}^\dagger + \mathcal{R}_{ee})^{-1} \quad (22)$$

gdje je  $R_{XX}$  autokorelacijska matrica  $x(n)$ , a  $R_{ee}$  autokorelacijska funkcija šuma. Upravo iz toga proizlazi nedostatak ove metode: potreba poznavanja autokorelacijske matrice šuma i varijance signala te kompleksnost samog sustava.

## Slijepa identifikacija kanala

Postoje situacije kada prijenosne funkcije kanala nisu poznate, a treba ih estimirati (npr. mobilne komunikacije). To se može napraviti pomoću ispitnih signala, eng. *training signals* ili metodama slijepe identifikacije. Za minimalne sustave ( $P=M$ ) slijepa identifikacija nije moguća bez upotrebe komplicirane statističke teorije (momenti 4. reda kao kurtosis), ali za redundantne sustave mogućnosti su veće. Pretpostavimo sustav kao na slici 5.



Slika 6. Zero padding sustav sa precoderom R1

Kanal  $c(n)$  je nepoznat. Iz signala  $y[n]$  moguće je procijeniti kanal do na konstantu. To se zove slijepa identifikacija jer nije poznat ulazni niz  $s[n]$ . Promotrimo niz  $y[n]$  od  $J$  uzoraka.

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{[y(0) \quad y(1) \quad \dots \quad y(J-1)]}_{\text{Y matrix; size } P \times J} \\
 &= \underbrace{\mathbf{A}}_{P \times M} \underbrace{\mathbf{R}_1}_{M \times M} \underbrace{[s(0) \quad s(1) \quad \dots \quad s(J-1)]}_{\text{S matrix; size } M \times J}
 \end{aligned} \tag{23}$$

$\mathbf{A}$  je definirana kao i prije

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} c(0) & 0 & \dots & 0 \\ c(1) & c(0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c(L) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c(L) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c(L) \end{bmatrix} \tag{24}$$

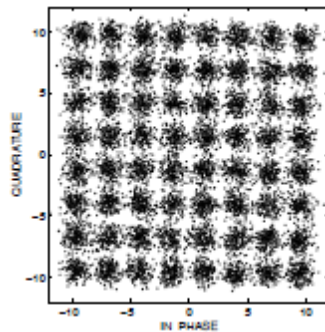
Pretpostavka je da postoji  $J$  takav da  $S$  ima rang  $M$ .  $A$  i  $R_1$  su ranga  $M$  pa je i njihov produkt ranga  $M$ . Stoga matrica  $Y$  ima rang  $M$  te postoji  $P - M = L$  linearno nezavisnih vektora ortogonalnih stupcima matrice  $Y$ , tj. postoji matrica  $V$  dimenzija  $L \times P$  ranga  $L$  takva da je

$$VY = VAR_1S = 0 \quad (25)$$

Budući da  $R_1S$  ima rang  $M$ , tada je

$$VA = 0 \quad (26)$$

Budući da je  $V$  dimenzija  $L \times P$  i ranga  $M$ , tada postoji  $P - L = M$  nezavisnih stupaca koji poništavaju  $V$  zdesna.  $M$  stupaca donje trokutaste matrice  $A$  ne samo da poništava matricu  $V$  nego su i linearno nezavisni tako da se svi vektori koji poništavaju  $V$  nalaze u prostoru stupaca matrice  $A$ . Preciznije to su vektori oblika  $\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$  različiti od nule gdje je  $x$  duljine  $L+1$ . Jedini vektor tog oblika koji poništava  $V$  zdesna je prvi stupac matrice  $A$ . Stoga taj stupac, što je u biti  $c(n)$ , može biti utvrđen do na konstantu. Razmatranje vrijedi i za slučaj kada je signal zašumljen uz pretpostavku da je poznata statistika šuma te da su signal i šum zajedno stacionarni u širem smislu i nekorelirani.



Slika 6.1. Rezultat kompenzacije nakon slijepe identifikacije

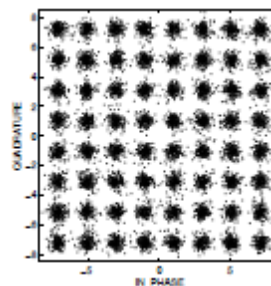
## Metoda slijepe identifikacije u frekvencijskoj domeni

Efekte kanala je moguće poništiti i bez zahtjevnog računanja svojstvenih vektora u vremenskoj domeni tako da se do rezultata dođe u zatvorenoj formi, bez višestrukog prolaženja algoritmom. Ideja je ista u osnovi, a razlika u odnosu na prethodni pristup je u načinu odabira vrijednosti  $\rho_k$ . Vrijednosti  $\rho_k$  odabiru se na način da imaju jediničnu magnitudu tako da su vrijednosti  $C(\rho_k)$  uzorci frekvencijskog odziva kanala  $C(z)$ . Primjer za to je  $\rho_k = e^{2\pi k/M}$ ,  $0 \leq k \leq M-1$  i  $\rho_k = e^{2\pi(k-M+0.5)/M}$ ,  $M \leq k \leq P-1$ . Kako je tipično  $L < M, P$ ,  $C(\rho_k)$  su uzorci frekvencijskog odziva kanala na različitim frekvencijama. To je prikazano na slici 7 gdje je  $M=10$  i  $P=14$ , a označeni uzorci su  $C(\rho_M), \dots, C(\rho_{P-1})$ .



Slika 7. Uzorci Fourierove transformacije kanala  $C(e^{j\omega})$  za slučaj  $M=10$  i  $P=14$

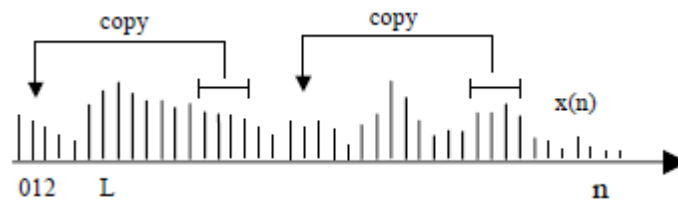
Budući da se ovom metodom direktno pronalaze  $C(\rho_0), \dots, C(\rho_{M-1})$ , na nju se referira kao na pristup u frekvencijskoj domeni.



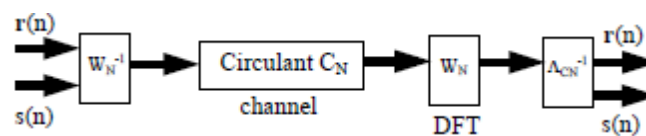
Slika 7.1. Rezultat kompenzacije nakon slijepe identifikacije u frekvencijskoj domeni. Rezultati su bolji nego osnovnom metodom slijepe identifikacije

## Cyclic prefix metoda slijepe identifikacije

Umjesto ubacivanja L nula na kraj svakog niza simbola, može se ubaciti L uzoraka na početak svakog niza. To se zove ciklički prefiks, eng. *cyclic prefix* i prikazano je slikom 8.



Slika 8. Prikaz *cyclic prefix* metode



Slika 9. *Cyclic prefix* sistem za slijepu identifikaciju

$C_N$  je cirkulantna matrica dimenzija  $N \times N$ ,  $W_N$  je DFT matrica dimenzija  $N \times N$ , a dijagonalni elementi matrice  $\Lambda_{C_N}^{-1}$  su  $1/C_N[k]$  gdje je

$$C_N[k] = \sum_{n=0}^L c(n) e^{j2\pi nk/N} \quad (27)$$

Budući da je kanal nepoznat, ne možemo „ubaciti“ matricu  $\Lambda_{C_N}^{-1}$ , ali možemo izmjeriti signal  $v[n]$  čijih je  $L + 1$  gornjih uzoraka skalirano sa  $C_N[0], C_N[1], \dots, C_N[L]$ . Budući da znamo signal  $r(n)$  čiji su uzorci različiti od nule, možemo naći  $C_N[0], C_N[1], \dots, C_N[L]$ , koji su u svezi sa  $c[0], c[1], \dots, c[L]$  preko gornje lijeve podmatrice  $W_{\text{sub}}$  dimenzija  $L + 1 \times L + 1$  DFT matrice  $N \times N$ . Na taj način moguća je identifikacija kanala. U prisutnosti šuma usrednjava se  $C_N[k]$  što dovodi do neželjene latencije na izlazu. Na slikama ispod dana je ovisnost *bit error rate-a* u ovisnosti o modelu kanala i broju pojaseva  $M$ .



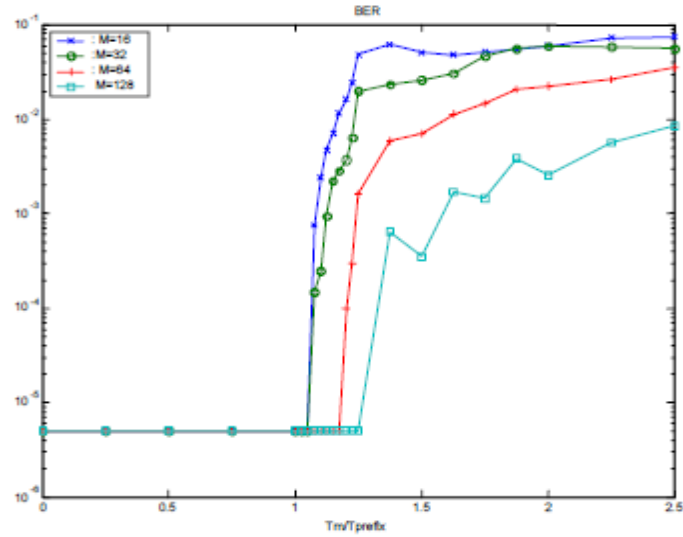


Fig.9: Bit error rate as a function of the maximum multipath delay, normalized with the cyclic prefix length, for a cyclic prefix duration equal with the duration of 4 serial symbols

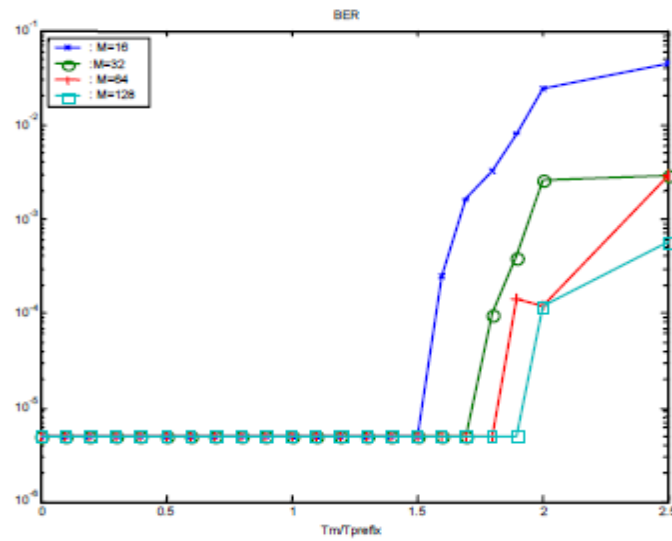


Fig.10: Bit error rate as a function of the maximum multipath delay, normalized with the cyclic prefix length, for a cyclic prefix duration equal with the duration of one serial symbol

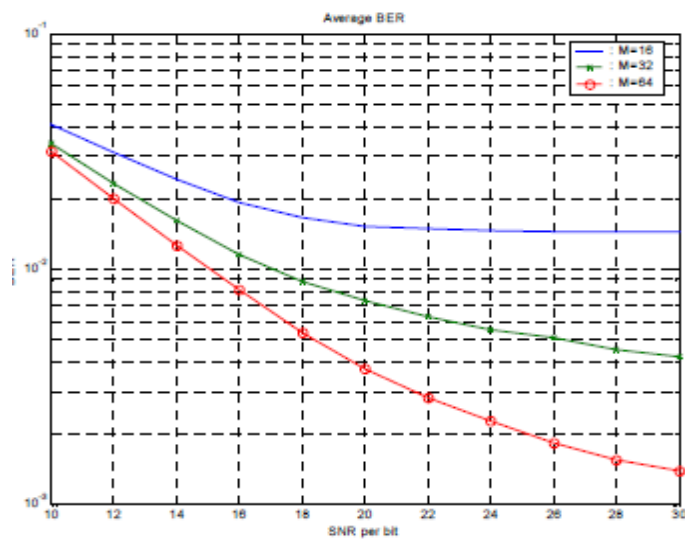


Fig. 11a: Average bit error rate for a two ray channel with one symbol period delay for different values of the frame lengths, M

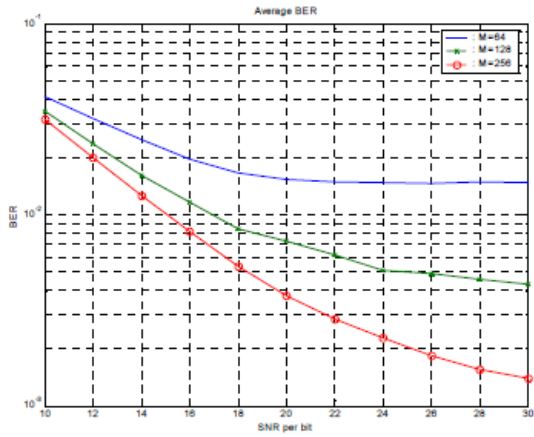


Fig. 11b: Average bit error rate for a two ray channel with four symbol periods delay and different frame lengths,  $M$

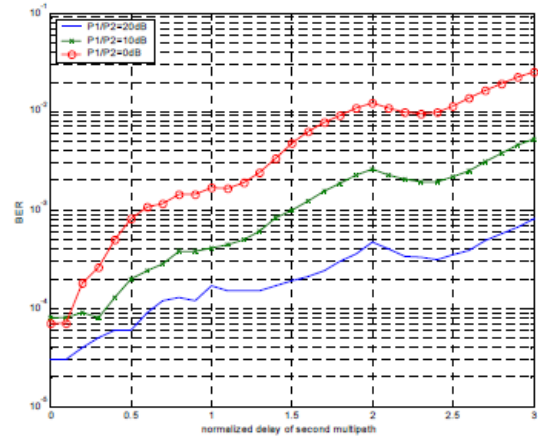


Fig. 13: BER performances of a 3-ray Rician fading channel, MDPSK,  $E_b/N_0=40\text{dB}$ ,  $M=32$  and  $f_m T_b=0.01$

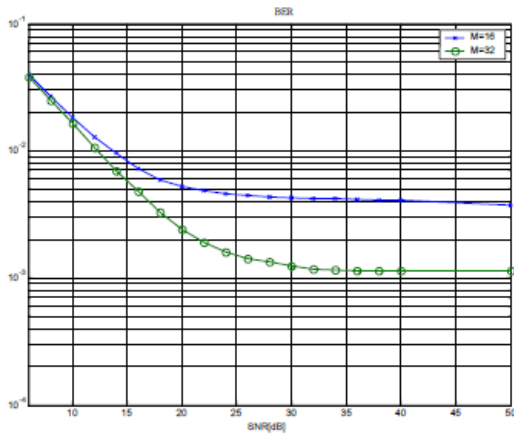


Fig. 12a: BER performances of a 3-ray Rician fading channel, MDPSK,  $P_1/(P_1+P_2)=10\text{ dB}$ ,  $P_1/P_2=0\text{dB}$ ,  $\rho=\delta_2/T=1.2$  ( $M=16, 32$ )

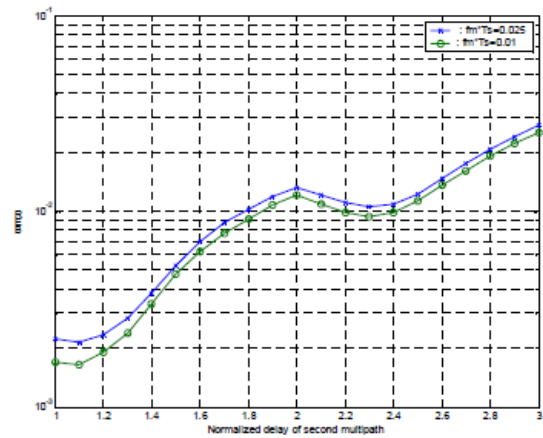


Fig. 14: BER performances of a 3-ray Rician fading channel, MDPSK,  $E_b/N_0=40\text{ dB}$ ,  $P_1/P_2=0\text{dB}$  and  $M=32$

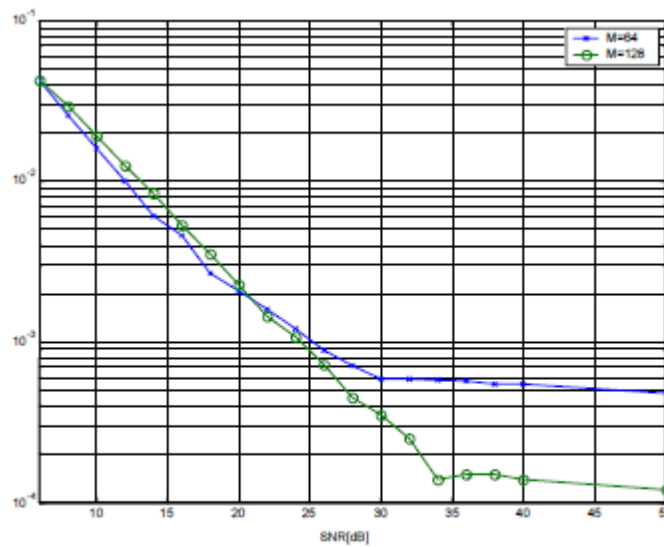


Fig. 12b: The same as 12a, but for other lengths of data blocks,  $M= 64, 128$

Sa prethodnih slika može se zaključiti da BER (*bit error rate*) pada sa povećanjem  $M$  i dužine cikličkog prefiksa, ali sa povećanjem cikličkog prefiksa raste i potrebna frekvencijska širina kanala.

## Zaključak

U ovom radu dan je pregled upotrebe transmupleksera (filtarskih banaka) kao prekodera u komunikacijskim sustavima. Pokazano je kako se njihovom upotrebom eliminiraju različite neželjene pojave u prijenosnom sustavu, ali to poboljšanje ide na račun povećane kompleksnosti prijemnika. Neke od navedenih metoda moguće je dodatno optimirati, npr. uvođenjem frakcionalnih ekspandera i decimatora u FSE metodu ili optimizacijom prekodera sa redundancijom cikličkog prefiksa. U ovom razmatranju također nisu u obzir uzeti vremenski promjenjivi kanali kakvi su česti u bežičnim komunikacijama što je vrlo zanimljivo područje proučavanja. Sve u svemu, transmuplekseri će još dugo biti prisutni u digitalnim komunikacijama zbog njihove mogućnosti unapređenja svojstava komunikacijskih sustava.

## Literatura

- [1] P. P. Vaidyanathan and Bojan Vrcelj: „A frequency domain approach for blind identification with filter bank precoders“
- [2] P. P. Vaidyanathan and B. Vrcelj: „Transmultiplexers as precoders in modern digital communication: a tutorial review“
- [3] Elena Lupea, Mirela Bianu, Marius Oltean, Marius Sălăgean, Miranda Naforniță: „BER performance of frequency selective channels with cyclic prefix based equalizers“
- [4] P. P. Vaidyanathan: Filter banks in digital communications
- [5] Bojan Vrcelj: „Multirate signal processing concepts in digital communications“
- [6] G. B. Giannakis: “Filter banks for blind channel identification and equalization”