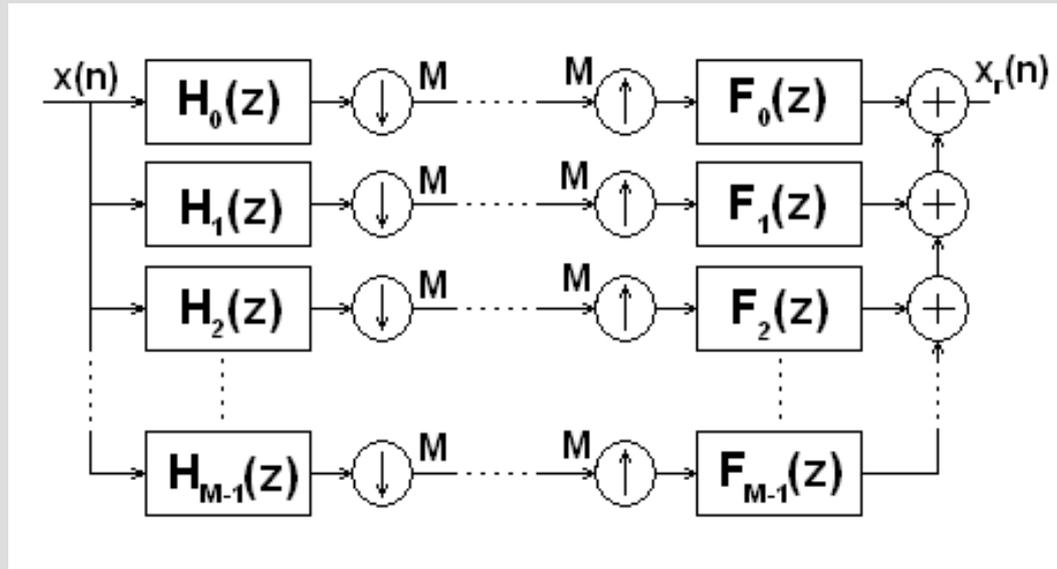


Kosinusno modulirani filtarski slog

Petar Perišin

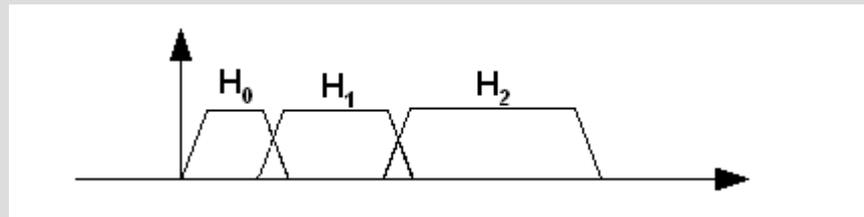
Filtarski slog



- M-kanalni filtarski slog
- Kreiranje M filtara:
 - Zahtjevno
 - Puno posla (prigušenja, valovitosti, nagib u prijelaznom području...)

Smanjivanje kompleksnosti dizajna

- Upotreba neuniformnih filtarskih slogova
- Npr kod obrade zvuka
 - Niske frekvencije – osjetljiviji filtri
 - Visoke frekvencije – manje osjetljivi filtri



Uniformni modulirani filtarski slog

- Realizira se samo jedan prototip filtra
- Ostali se dobivaju modulacijom
 - DFT (diskretna Fourierova transformacija)
 - DCT (diskretna Kosinusna transformacija)

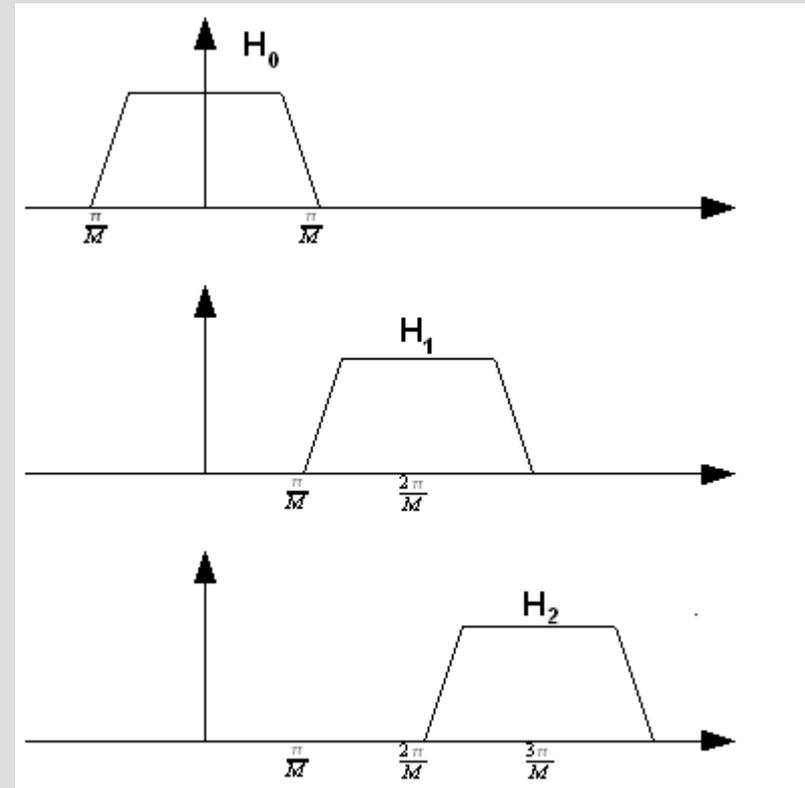
DFT – Diskretna Fourierova transformacija

- Kreira se jedan LP filter
- Ostali se dobivaju modulacijom, odnosno pomicanjem frekvencijske karakteristike

$$H_k(z) = H_0\left(z e^{-j2\pi \frac{k}{M}}\right)$$

- Problem: za $M > 2$ kompleksan impulsni odziv:

$$h_k[n] = h_0[n] e^{-j2\pi \frac{k}{M}}$$



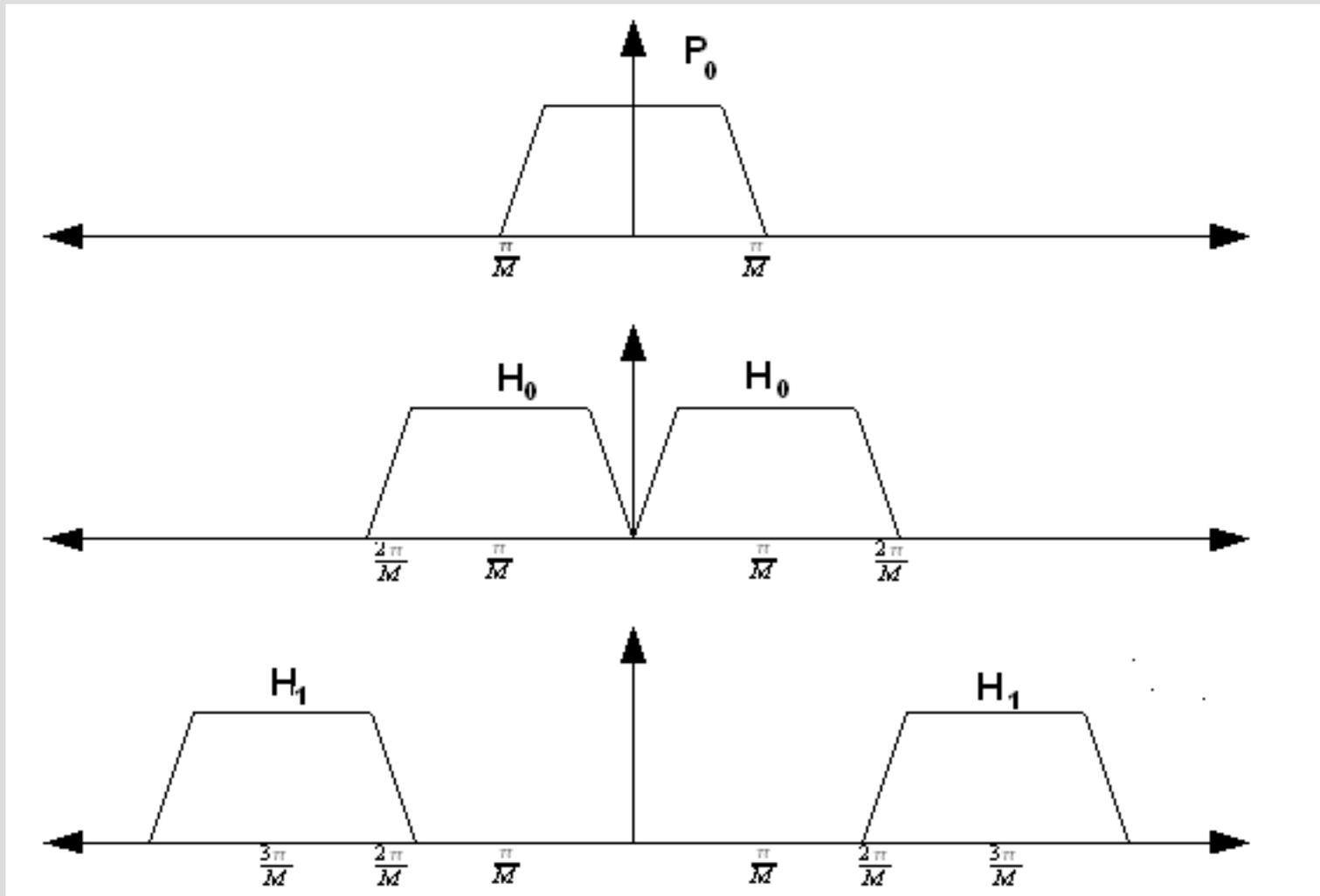
Diskretna kosinusna transformacija

- Projektiranje samo jednog filtra (prototip filtra)
- Koristi se kosinusna modulacija

$$\cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

- Pomicanje filtra u dvije strane-Manje posla
- Jedna transformacija za realizaciju dva filtra

Diskretna kosinusna transformacija



Impulsni odziv

- Impulsni odziv analizirajuće i rekonstrukcijske strane

$$h_k[n] = 2p_0[n] \cos \left\{ \frac{\pi}{2M} (2k+1) \left(n - \frac{N-1}{2} \right) + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right\}$$

$$f_k[n] = 2p_0[n] \cos \left\{ \frac{\pi}{2M} (2k+1) \left(n - \frac{N-1}{2} \right) - (-1)^k \frac{\pi}{4} \right\}$$

za $k=0, \dots, M-1$
 $n=0, \dots, N-1$

Dizajn paralelnog kosinusno moduliranog filtarskog sloga

- Odnos ulazno-izlaznih jednadžbi

$$X_r(z) = T_0(z) X(z) + \sum_{l=1}^{M-1} T_l(z) X(zW_M^l)$$

- Gdje je $T_0(z)$ prijenosna funkcija filtarskog sloga, a $T_l(z)$ aliasing transfer funkcije

$$T_l(z) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} F_k(z) H_k(zW_M^l)$$

Dizajn prototip filtra

- Uvjeti za aproksimativnu rekonstrukciju

$$\left| H_p(e^{j\omega}) \right| \approx 0 \quad \text{za} \quad |\omega| > \frac{\pi}{M}$$

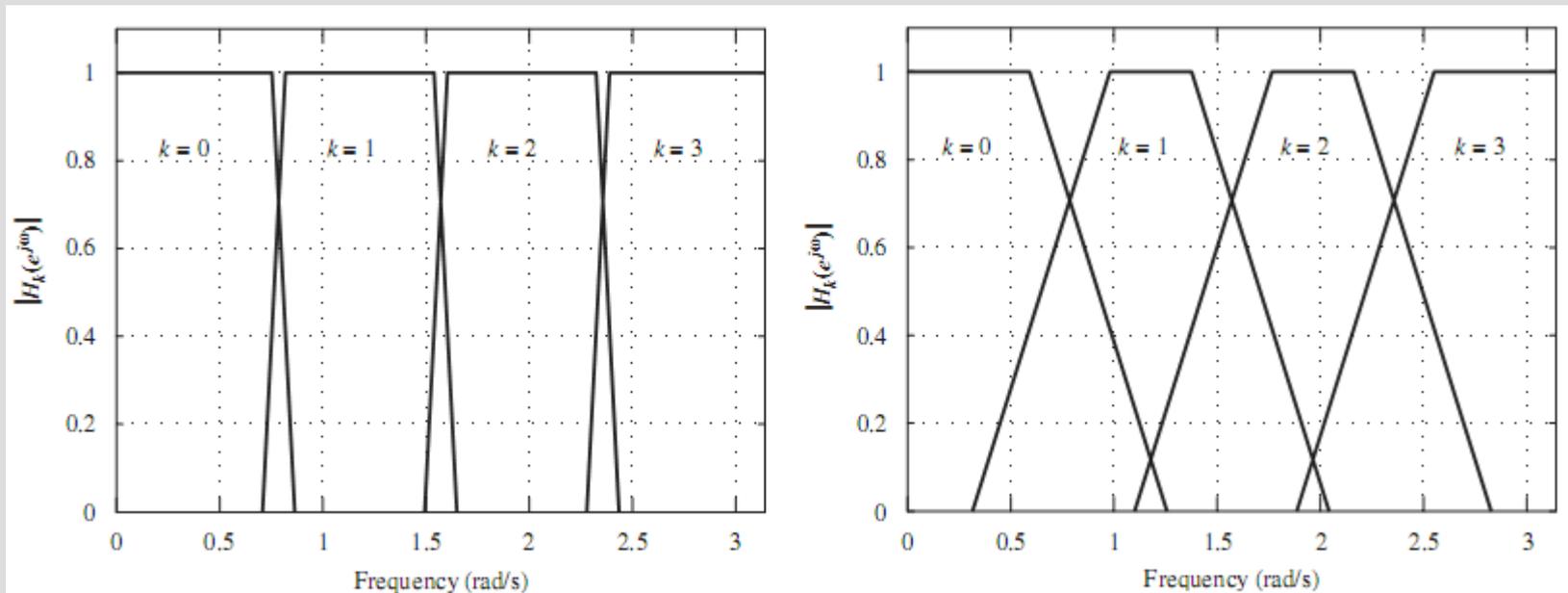
$$\left| T_0(e^{j\omega}) \right|^2 = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{2M-1} \left| H_p(e^{j(\omega - k\pi/M)}) \right|^2 \approx 1$$

- Pogreška u amplitudnom odzivu se smanjuje dizajniranjem prototip filtra tako da vrijedi

$$\left| H_p(e^{j\pi/2M}) \right|^2 \approx \frac{1}{2}$$

Osnovne varijable kosinusno moduliranog filtarskog sloga

- A_a - Prigušenje u području gušenja
- ρ - “roll-off” faktor – određuje nagib prijelaznog područja, odnosno preklapanje susjednih filtara



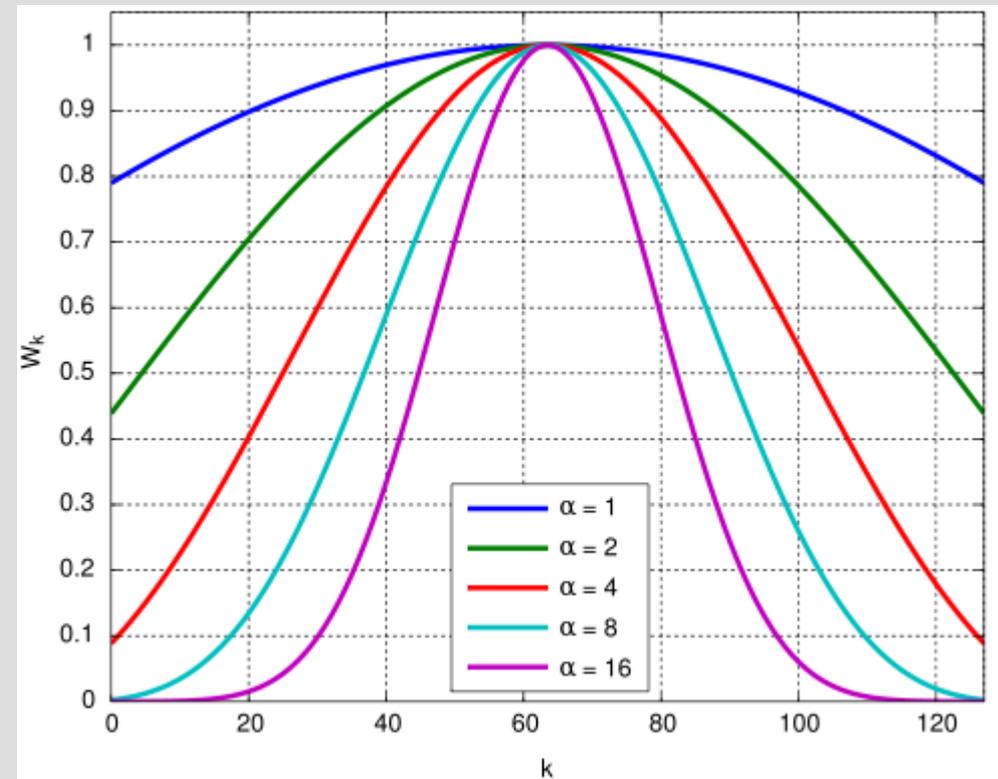
Kaiserov otvor

$$w[n] = \frac{I_0\left(\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{2n}{N} - 1\right)^2}\right)}{I_0(\alpha)}$$

za $n=1, \dots, N$

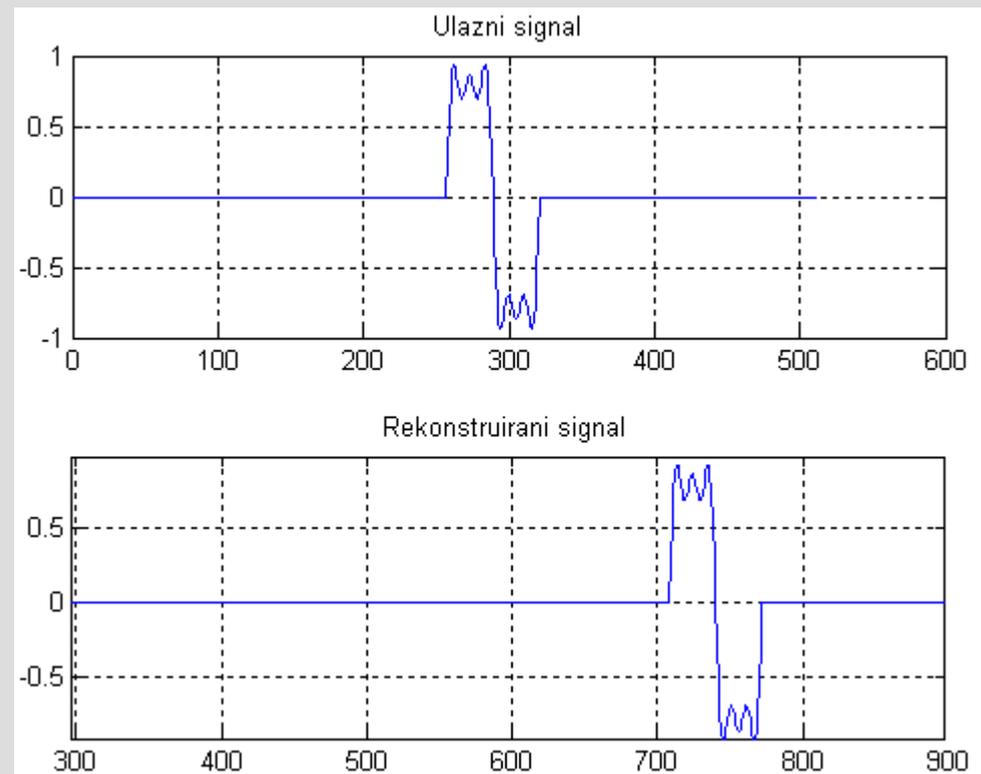
- Gdje $I_0(x)$ predstavlja modificiranu beselovu funkciju nultog reda i prve vrste

$$I_0(x) = 1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(x/2)^{2r}}{r!}$$



Analiza rezultata

- Zadaju se parametri
 - M : Broj pojaseva
 - A_a : prigušenje u području propuštanja
 - ρ : roll-off faktor
- Ulazni i rekonstruirani signal za:
 - $M=30$
 - $A_a=100$
 - $\rho=1.0$



Primjer 1

- Odabrani su konstantni koeficijenti

$$\rho = 1.0$$

$$A_a = 100$$

- Za M smo uzeli navedene vrijednosti za koje smo dobili određene redove filtra N

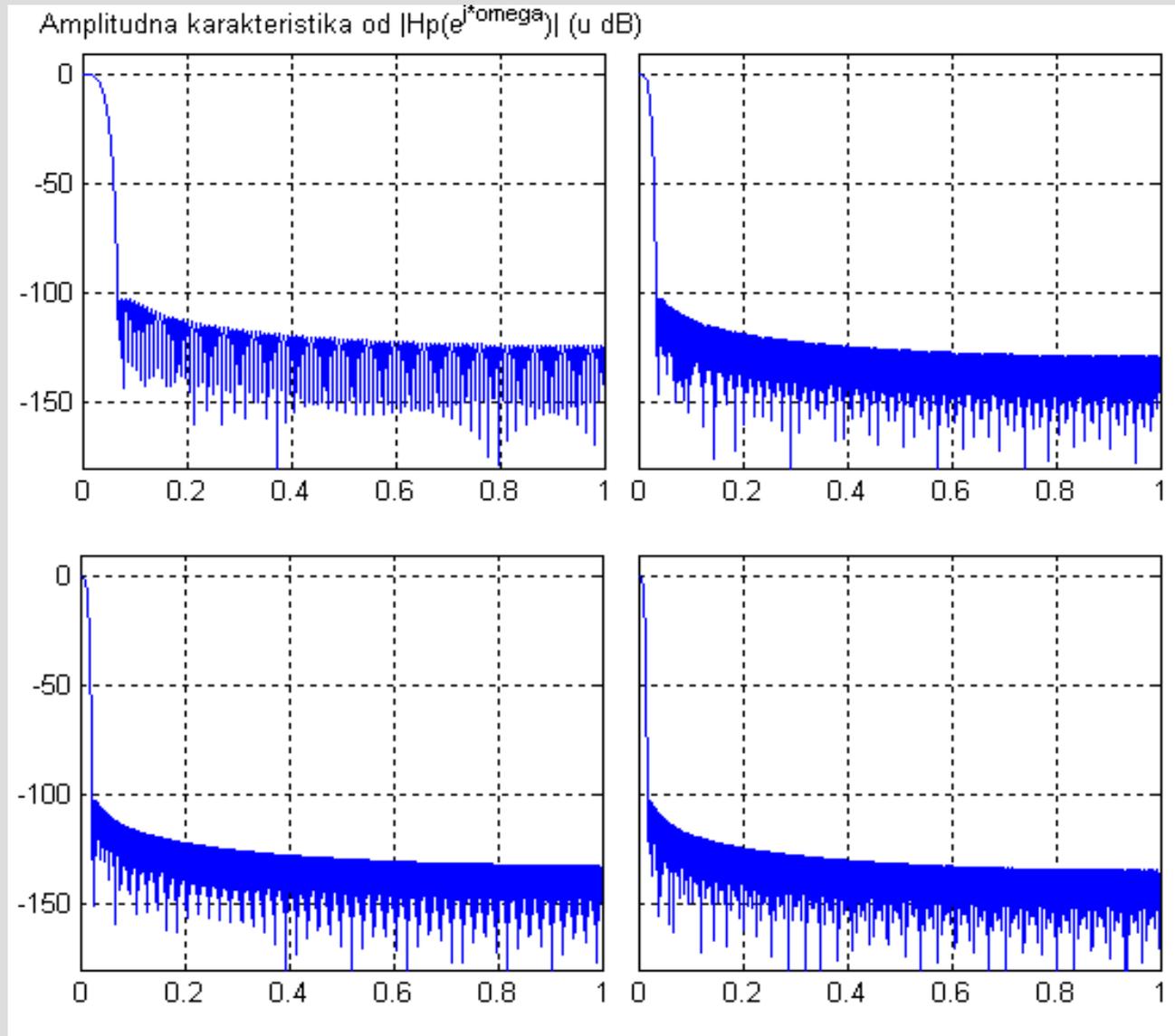
$$M = 15 \Rightarrow N = 255$$

$$M = 30 \Rightarrow N = 451$$

$$M = 45 \Rightarrow N = 676$$

$$M = 60 \Rightarrow N = 902$$

Primjer 1



Primjer 2

- Odabrani su konstantni koeficijenti

$$\rho = 1.0$$

$$M = 30$$

- Za A_a smo uzeli navedene vrijednosti za koje smo dobili određene redove filtra N

$$A_a = 70 \quad \Rightarrow \quad N = 313$$

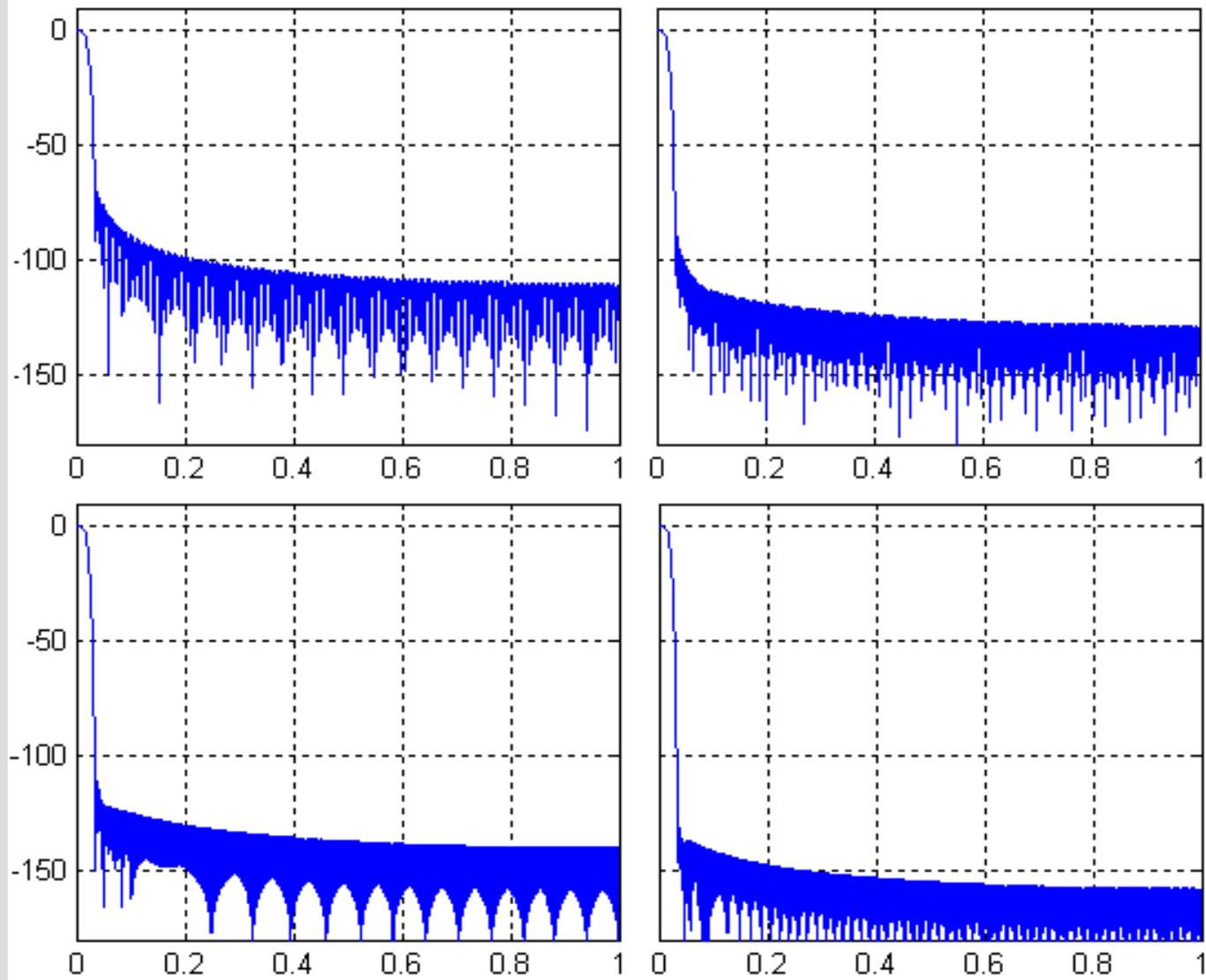
$$A_a = 90 \quad \Rightarrow \quad N = 405$$

$$A_a = 110 \quad \Rightarrow \quad N = 496$$

$$A_a = 130 \quad \Rightarrow \quad N = 586$$

Primjer 2

Amplitudna karakteristika od $|H_p(e^{j\omega})|$ (u dB)



Primjer 3

- Odabrani su konstantni koeficijenti

$$A_a = 100$$

$$M = 30$$

- Za ρ smo uzeli navedene vrijednosti za koje smo dobili određene redove filtra N

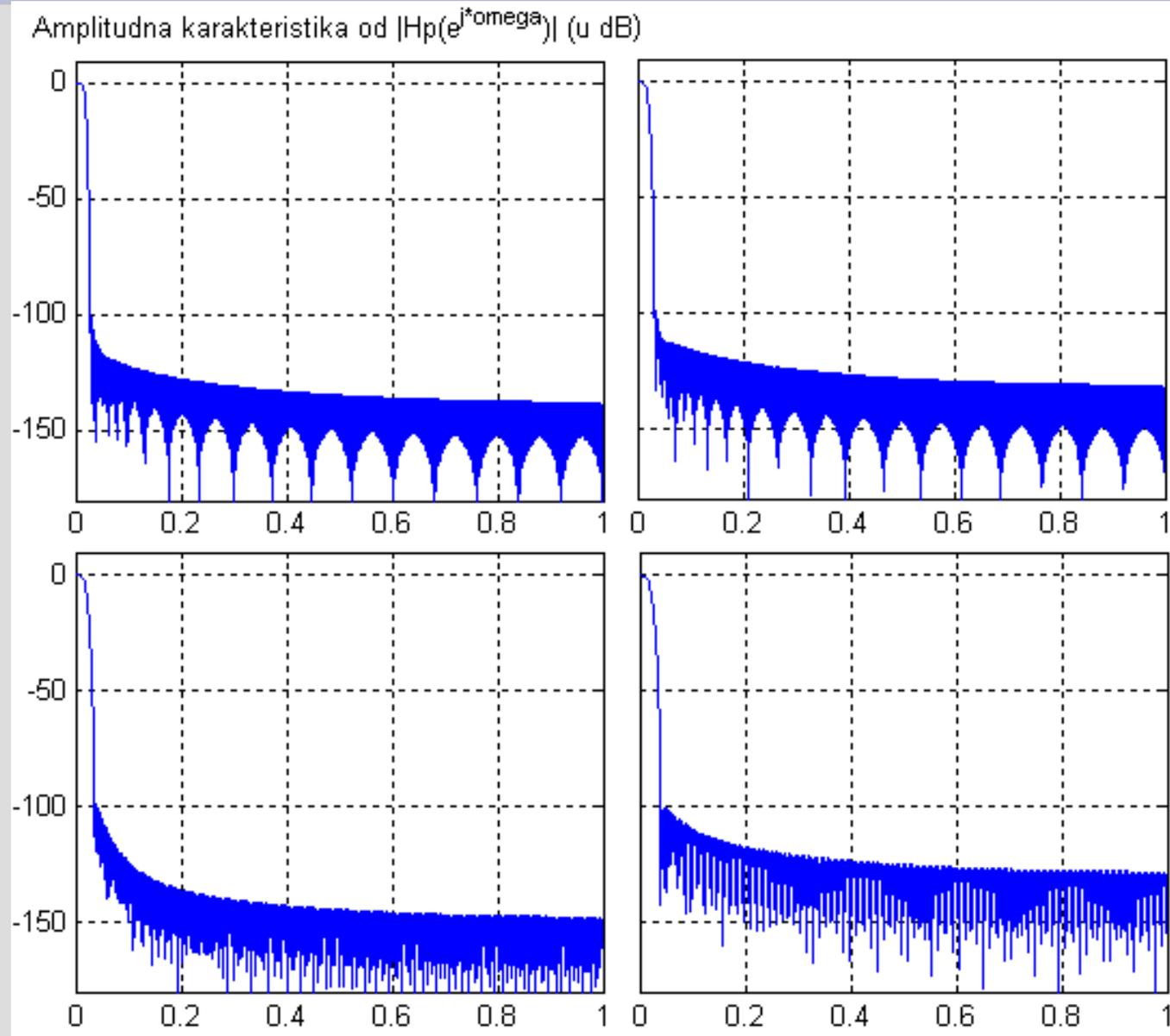
$$\rho = 0.6 \quad \Rightarrow \quad N = 752$$

$$\rho = 0.9 \quad \Rightarrow \quad N = 501$$

$$\rho = 1.1 \quad \Rightarrow \quad N = 409$$

$$\rho = 1.4 \quad \Rightarrow \quad N = 322$$

Primjer 3



Ovisnost pogreške o roll-off faktoru

- Kako o roll-off faktoru bitno ovisi preklapanje susjednih filtara, o njemu bitno ovisi i pogreška
- Postavili smo :
$$A_a = 100$$
$$M = 30$$
- Za roll-off faktor smo uzeli slijedeće vrijednosti: 0.5, 0.7, 0.9, 1.1, 1.3, 1.5

Ovisnost pogreške o roll-off faktoru

