

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA  
ZAVOD ZA ELEKTRONIČKE SUSTAVE I OBRADU INFORMACIJA

# **Korištenje wavelet transformacije u JPEG2000 standardu**

Seminarski rad iz kolegija

Napredne metode digitalne obrade signala

**Hajduk Matija  
Petanjak Nikola  
Stjepčević Stjepan**

Zagreb, sječanj 2008.

# Sadržaj

Uvod	3
Kako radi JPEG 2000 ?	4
Wavelet transformacija	9
Cohen-Daubechies-Feauveau wavelet	10
Rezultati	14
Zaključak	22
Literatura	23

## Uvod

Zbog sve veće okruženosti digitalnim slikama sve veće kvalitete, postoji potreba za manipulacijom sve većeg broja podataka. Iz tog razloga, kompresija slika mora ne samo reducirati potreban prostor za pohranu i prijenos, nego i omogućiti ekstrakciju za uređivanje, obradbu i korištenje u aplikacijama. Tu u priču sa svojim prednostima ulazi JPEG 2000. JPEG 2000 ima prednost postotka distorzije nad originalnim JPEG-om. Također, omogućuje ekstrakciju sa različitim parametrima (rezolucija, vjernost piksela, regija interesa, komponente i drugo).

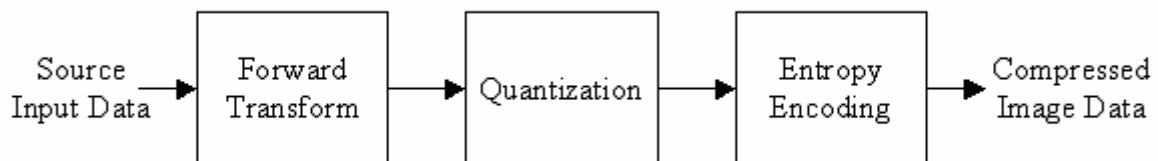
JPEG 2000 je stvoren s namjerom da zamijeni JPEG standard u čemu još nije uspio, a jedan od razloga je daleko veće vremenepotrebno za dekompresiju od JPEG-a. JPEG 2000 nema podršku u internet preglednicima i generalno se ne koristi na internetu, premda se njegovo korištenje povećava.

## Kako radi JPEG 2000 ?

Temelj JPEG 2000 je nova kompresija zasnovana na wavelet kompresiji koja pruža mnoge prednosti u odnosu na diskretnu kosinusnu transformaciju (DCT) koju koristi JPEG format. DCT kompresira sliku u blokove veličine 8x8 i stavlja ih uzastopno u datoteku. U ovom kompresijskom procesu, blokovi se kompresiraju individualno, ne uzimajući u obzir susjedne blokove. To predstavlja problem u kompresiranim JPEG datotekama. Sa visokim nivoima kompresije, samo najvažnije informacije se koriste da bismo prenijeli najbitnije dijelove slike.

S druge strane, wavelet kompresija pretvara sliku u seriju waveleta koji mogu biti spremljeni efikasnije nego blokovi piksela. Iako waveleti imaju oštre rubove, u stanju su prikazati slike bolje eliminirajući «blokove» pikseli koji su uobičajni kod DCT kompresije. Ne samo da zbog toga dobivamo finije tonove boja i jasnije rubove gdje se nalaze oštri prijelazi boja, nego su datoteke manjih veličina u odnosu na JPEG za isti stupanj kompresije.

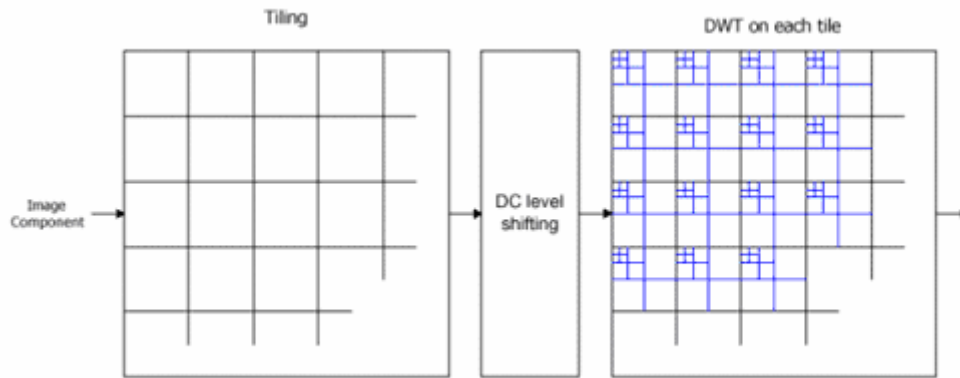
Wavelet kompresija se postiže korištenjem JPEG 2000 enkodera, prikazanog na slici 1. Transformacija se prvo primjenjuje na izvorne podatke slike. Koeficijenti transformacije se tada kvantiziraju i kodiraju, prije nego što se prosljede na izlaz. Dekoder je jednostavno suprotan enkoderu. Za razliku od ostalih shema za kodiranje, JPEG 2000 može biti i sa gubicima i bez gubitaka. To ovisi o korištenoj wavelet transformaciji i metodi kvantizacije.



Slika 1.

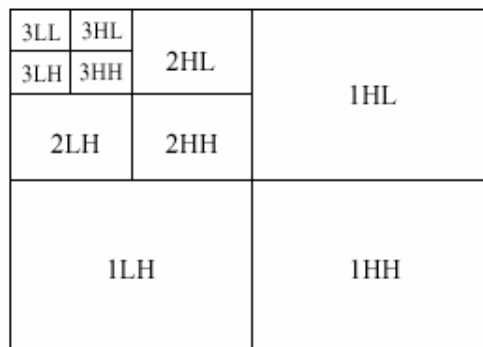
Kod JPEG 2000 kompresije slika je podijeljena na pravokutne nepreklapajuće blokove (ploče). Ovi blokovi se kompresiraju nezavisno kao da su potpuno nezavisne slike. Sve operacije, uključujući miješanje komponenata, wavelet transformaciju, kvantizaciju i entropijsko kodiranje, se obavljaju neovisno na svakom bloku. Nominalne dimenzije blokova su potencije broja dva, osim onih koji su na granici slike. Popločavanje se radi da se smanje memorijski zahtjevi, a budući da se svaki blok rekonstruira posebno, mogu se koristiti za dekodiranje specifičnih dijelova slike, radije nego cijele slike. Svaki blok se može razmatrati kao niz cijelih brojeva prikazanih kao binarni broj sa bitom za predznak. Ovakav niz se opisuje u razinama (stupnjevima) bitova. Ove razine su slijed binarnih nizova sa jednim bitom iz svakog koeficijenta niza cijelih brojeva. Prva razina bitova sadrži najznačajniji bit (MSB) svih amplituda. Druga razina sadrži sljedeće MSB, itd. do posljednje koja sadrži LSB bitove.

Prije nego što diskretnu wavelet transformaciju (DWT) primijenimo na svaki pojedinačni blok, svi blokovi su DC pomaknuti za isti iznos, poput dubine komponente. DC pomak uključuje micanje bloka u željenu razinu bitova. Proces je prikazan na slici 2.



Slika 2.

Svaka komponenta se tada rastavlja korištenjem DWT u niz nivoa rastavljanja od kojih svaki sadrži određeni broj dijelova (subbands). Ovi dijelovi sadrže koeficijente koji opisuju horizontalne i vertikalne karakteristike originalne komponente. Sve wavelet transformacije koje koriste JPEG 2000 kompresiju su po prirodi jednodimenzionalne. Primjena jednodimenzionalnih transformacija u horizontalnom i vertikalnom smjeru formira dvodimenzionalnu transformaciju. Ovo rezultira sa četiri manja bloka slike; jedan sa niskom rezolucijom, jedan sa visokom vertikalnom i niskom horizontalnom rezolucijom, jedan sa niskom vertikalnom rezolucijom i visokom horizontalnom rezolucijom, i jedan sa visokom rezolucijom. Postupak primjene jednodimenzionalnih filtara u oba smjera je tada ponovljen na bloku niske rezolucije. Ovaj postupak se zove dijadička dekompozicija o pokazana je na slici 3. Primjer dijadičke dekompozicije sa cijelom slikom tretiranom kao jedan blok je prikazan na slici 4.



Slika 3.



Slika 4.

Da izvršimo DWT, jednodimenzionalni dio (subband) se rastavlja na skup niskopropusnih i skup visokopropusnih uzoraka. Niskopropusni uzorci predstavljaju manju nisku rezolutnu verziju originala. Visokopropusni uzorci predstavljaju manju rezidualnu verziju originala; ovo je potrebno za savršenu rekonstrukciju originalnog skupa iz niskopropusnog skupa.

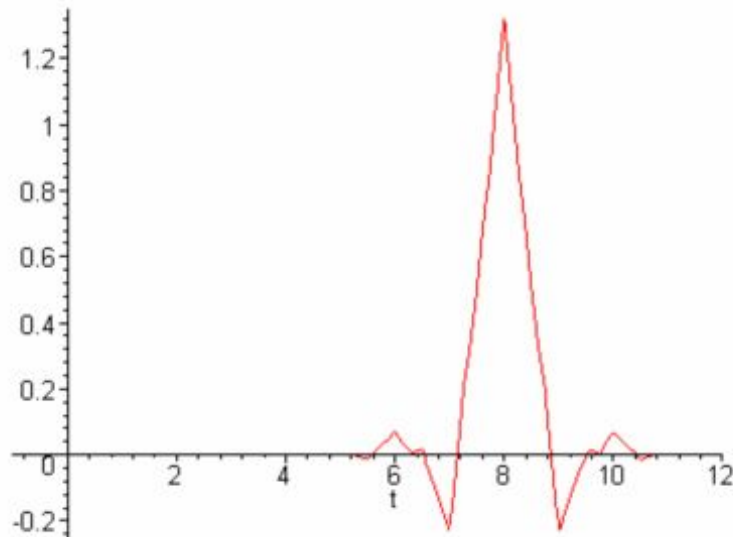
Možemo koristiti i reverzibilnu i ireverzibilnu wavelet transformaciju. Budući da kompresija bez gubitaka (lossless) zahtijeva da ništa podataka bude izgubljeno kod zaokruživanja, za ovaj tip kompresije se koristi filter koji ima samo racionalne koeficijente. S druge strane, kompresija sa gubicima (lossy) dopušta da nešto podataka bude izgubljeno u kompresijskom procesu, i stoga nereverzibilna wavelet transformacija sa iracionalnim koeficijentima filtra se može koristiti. Da bismo riješili filtriranje na granicama signala, koristi se simetrična ekstenzija. Simetrična ekstenzija dodaje zrcalnu sliku signala izvan granica tako da na granicama nema velikih pogrešaka. Standardna ireverzibilna transformacija je implementirana kao biortogonalni Daubechie 9/7 filter. Daubechiev wavelet je jedna od najvažnijih i najkorištenijih wavelet familija. Analitički koeficijenti filtra za Daubechiev 9/7 filter, koji su korišteni za dijadičku dekompoziciju, su dani u tabeli 1., i graf odgovarajućeg waveleta je pokazan na slici 5. Tipična reverzibilna transformacija je implementirana preko Le Gall 5/3 filtra, čiji su koeficijenti dani u tabeli 2.

k	Lowpass Filter ( $h_k$ )	Highpass Filter ( $g_k$ )
0	0.6029490182363579	1.115087052456994
$\pm 1$	0.2668641184428723	-0.5912717631142470
$\pm 2$	-0.07822326652898785	-0.05754352622849957
$\pm 3$	-0.01686411844287495	0.09127176311424948
$\pm 4$	0.02674875741080976	

Tabela 1.

k	Lowpass Filter ( $h_k$ )	Highpass Filter ( $g_k$ )
0	6/8	1
$\pm 1$	2/8	1/2
$\pm 2$	-1/8	

Tabela 2.



Slika 5.

Standard podržava filtriranje zasnovano i na konvoluciji i na liftingu (sa stupnjem podizanja). Da bismo implementirali oba načina. Signal se najprije treba periodički proširiti. Ovo se radi da bismo osigurali da za filtarske operacije koje se rade na granicama signala, jedan uzorak signala postoji i odgovara svakom koeficijentu filtra. Stoga, o broju filtarskih koeficijenata ovisi koliko ćemo proširiti signal. Filtriranje zasnovano na konvoluciji se radi primjenom serija množenja između niskopropusnih i visokopropusnih filtarskih koeficijenata i proširenog jednodimenzionalnog signala. Lifting filtriranje se radi korekcijom neparnih vrijednosti uzoraka sa težinskom sumom parnih vrijednosti uzoraka, i obrnuto. Za slučaj bez gubitaka rezultati se zaokružuju na cjelobrojne vrijednosti. Lifting filtriranje za 5/3 filtar se postiže korištenjem sljedećih formula:

$$y(2n+1) = x_{ext}(2n+1) - \left\lfloor \frac{x_{ext}(2n) + x_{ext}(2n+2)}{2} \right\rfloor$$

$$y(2n) = x_{ext}(2n) - \left\lfloor \frac{x_{ext}(2n-1) + x_{ext}(2n+1) + 2}{4} \right\rfloor,$$

gdje je  $x_{ext}$  prošireni ulazni signal,  $y$  je izlazni signal i  $\lfloor a \rfloor$  označava najveći cijeli broj manji od  $a$ .

Nakon transformacije, koeficijenti se kvantiziraju. To se obavlja dijeljenjem magnitude svakog koeficijenta za veličinu kvantizacijskog koraka i zaokruživanjem na donji cijeli broj. Veličine koraka se mogu odabrati tako da postignu zadanu razinu kvalitete. Ova operacija je sa gubicima, osim ako su koeficijenti cijeli brojevi poput reverzibilnog cjelobrojnog 5/3 waveleta, u čijem slučaju se kvantizacijska veličina koraka postavlja na 1.0. U ovom slučaju kvantizacija nije izvršena i svi koeficijenti ostaju nepromijenjeni.

Prateći kvantizaciju, svaki dio (subband) se razlaže na pakete bitova. Svaki paket koristi sukcesivno poboljšanu rezoluciju na jednom bloku. Na ovaj način slika je podijeljena na prvo nisko kvalitetnu aproksimaciju originala, i slijedno se poboljšava dok ne dosegne maksimalnu razinu kvalitete. Konačno, blokovi koda su dobiveni dijeljenjem svakog paketa u regularne nepreklapajuće pravokutnike. Ovi blokovi koda su temeljni dijelovi korišteni u svrhu entropijskog kodiranja.

Entropijsko kodiranje se obavlja neovisno na svakom bloku koda. Ovo kodiranje se prenosi kao binarno aritmetičko kodiranje razina bitova zavisno o kontekstu. Ovo aritmetičko kodiranje se obavlja procesom skeniranja svake razine bitova u serijama od tri prolaska kodiranja. Odluka u kojem prolasku i na koji način će se bit kodirati se donosi s obzirom na lokaciju dotičnog bita i važnost susjednih lokacija. Lokacija je značajna ako je 1 kodiran na toj lokaciji u trenutačnoj ili prethodnoj razini.

Prvi prolazak u novoj razini bitova se naziva prolazak važnosti propagacije. Bit se kodira ako njegova lokacija nije značajna, ali je bar jedan od 8 susjeda značajan. Drugi prolazak je prolazak usklađivanja magnituda. U ovom koraku se kodiraju svi bitovi sa lokacija koje su postale bitne u prethodnoj razini bitova. Treći prolazak je prolaz čišćenja, koji se bavi bitovima koji nisu kodirani u prethodnim koracima. Nakon entropijskog kodiranja, slika je spremna da bude pohranjena kao kompresirana verzija originalne slike.

Jedna od značajnih karakteristike JPEG 2000 je mogućnost definiranja područja interesa na slici. Ova područja se kodiraju sa boljom kvalitetom nego ostatak slike. To se izvodi skaliranjem, ili DC pomakom, koeficijentata tako da se bitovi povezani sa područjima interesa spremaju u više razine bitova.

Tokom kodiranja, ovi bitovi su stavljani u bit-stream prije dijela slike koji nas ne zanima. Na ovaj način, područje interesa će se dekodirati prije ostatka slike. Bez obzira na skaliranje, puno dekodiranje bit-streama rezultira rekonstrukcijom cijele slike sa najvišom mogućom rezolucijom. Ako je bit-stream skraćeni, ili je enkodiranje završeno prije nego je cijela slika potpuno enkodirana, regija interesa će imati veću vjernost od ostatka slike.



## Wavelet transformacija

Wavelet transformacija je prikaz funkcije sa wavelet-ima. Wavelet je skalirana i translirana kopija oscilirajućeg valnog oblika konačnog trajanja ili brzog opadanja. Ova transformacija ima prednosti nad uobičajenom Fourier-ovom transformacijom u predstavljanju funkcija koje imaju diskontinuitete i oštre vrhove, kao i u točnosti rastavljanja i sastavljanja konačnih, neperiodičnih i/ili nestacionarnih signala.

Transformacije se dijele na diskretne (DWT) i kontinuirane (CWT). Treba uzeti u obzir da i DWT i CWT mogu prikazati vremenski kontinuirani (analogni) signal.

U JPEG 2000 koristimo DWT, točnije Cohen-Daubechies-Feauveau wavelet koji je opisan u nastavku.

## Cohen-Daubechies-Feauveau wavelet

Cohen-Daubechies-Feauveau wavelet je povijesno prva familija biortogonalnih waveleta, koje je popularizirala Ingrid Daubechies. Ovo nije isto kao ortogonalni Daubechie wavelet, i također različito u obliku i svojstvima. Ipak, ideja za njihovu konstrukciju je ista.

JPEG 2000 standard za kompresiju koristi biortogonalni Daubechiev M/N=5/3 wavelet (poznat pod nazivom LeGall 5/3 wavelet) za kompresiju bez gubitaka i Daubechiev 9/7 wavelet za kompresiju sa gubicima.

Za svaki pozitivni cijeli broj  $A$  postoji jedinstveni polinom  $Q_A(X)$  potencije  $A-1$  koji zadovoljava jednakost

$$(1 - X/2)^A Q_A(X) + (X/2)^A Q_A(2 - X) = 1.$$

Ovo je isti polinom koji se koristi za konstrukciju Daubechie waveleta. Ali, umjesto spektralne faktorizacije, ovdje pokušavamo faktorizirati

$$Q_A(X) = q_{\text{prim}}(X) q_{\text{dual}}(X),$$

gdje su faktori polinomi sa realnim koeficijentima i konstantinim koeficijentima 1. Tada,

$$a_{\text{prim}}(Z) = 2Z^d \left( \frac{1+Z}{2} \right)^A q_{\text{prim}}(1 - (Z + Z^{-1})/2)$$

i

$$a_{\text{dual}}(Z) = 2Z^d \left( \frac{1+Z}{2} \right)^A q_{\text{dual}}(1 - (Z + Z^{-1})/2)$$

tvore biortogonalni par skalirajućih sekvenci.  $d$  je neki cijeli broj kojeg koristimo da centriramo simetrične sekvence na nulu ili da napravimo odgovarajući diskretni filter kauzalnim. Ovisno o korijenima  $Q_A(X)$ , ukupno može biti  $2^{A-1}$  različitih faktorizacija. Jednostavna faktorizacija je  $q_{\text{prim}}(X) = 1$  i  $q_{\text{dual}}(X) = Q_A(X)$ .

## Tablice Koeficijenata

Za  $A=2$  dobivamo LeGall 5/3 wavelet:

A	$Q_A(X)$	$q_{\text{prim}}(X)$	$q_{\text{dual}}(X)$	$a_{\text{prim}}(Z)$	$a_{\text{dual}}(Z)$
2	$1 + \frac{1}{2} X$	1	$1 + \frac{1}{2} X$	$\frac{1}{2}(1 + Z)^2 Z$	$\frac{1}{2}(1 + Z)^2 \left(-\frac{1}{4} + \frac{3}{2} Z - \frac{1}{4} Z^2\right)$

Za  $A=4$  dobivamo 9/7 CDF wavelet. Vrijedi formula  $Q_4=1+2 X+5/2 X^2 +5/2 X^3$ , tako da ovaj polinom ima jedan realni korijen, te je stoga jednak produktu linearnog  $1-cX$  i kvadratnog faktora  $c$ .  $c$  ima približnu vrijednost  $-1.4603482098$ .

A	$Q_A(X)$	$q_{\text{prim}}(X)$	$q_{\text{dual}}(X)$
4	$1 + 2 X + 5/2 X^2 + 5/2 X^3$	$1 - c X$	$1 + (c + 2) * X + (c^2 + 2 * c + 5/2) X^2$

Za koeficijente centriranih wavelet i skaliranih sekvenci dobivamo numeričke vrijednosti u obliku prikladnom za implementaciju.

$k$	Analysis lowpass filter ( $1/2 a_{\text{dual}}$ )	Analysis highpass filter ( $b_{\text{dual}}$ )	Synthesis lowpass filter ( $a_{\text{prim}}$ )	Synthesis highpass filter ( $1/2 b_{\text{prim}}$ )
-4	0.026748757411	0	0	0.026748757411
-3	-0.016864118443	0.091271763114	-0.091271763114	0.016864118443
-2	-0.078223266529	-0.057543526229	-0.057543526229	-0.078223266529
-1	0.266864118443	-0.591271763114	0.591271763114	-0.266864118443
0	0.602949018236	1.11508705	1.11508705	0.602949018236
1	0.266864118443	-0.591271763114	0.591271763114	-0.266864118443
2	-0.078223266529	-0.057543526229	-0.057543526229	-0.078223266529
3	-0.016864118443	0.091271763114	-0.091271763114	0.016864118443
4	0.026748757411	0	0	0.026748757411

Postoje dva načina numeriranja za wavelete CDF familije

Iznos faktora glatkoće niskopropusnih filtera, ili ekvivalentno moment nestajanja visokopropusnih filtera  
 veličina niskopropusnih filtera, ili ekvivalentno veličina visokopropusnih filtera

Prvi način numeriranja je korišten u Daubechievoj knjizi *Ten lectures on wavelets*. Niti jedan od ovih načina nije jedinstven. Broj momenata nestajanja nam ne govori o upotrijebljenoj faktorizaciji. Filtarski slog sa veličinama 7 i 9 može imati 6 i 2 momenata nestajanja kada se uzima trivijalna faktorizacija, ili 4 i 4 momenata nestajanja kao u slučaju JPEG 2000 waveleta.

### Lifting dekompozicija (sa stupnjem podizanja)

Za trivijalno faktorizirane filtarske slogove lifting dekompozicija može biti dana eksplicitno.

#### 1. Paran broj faktora glatkoće

Neka je  $n$  broj faktora glatkoće u niskopropusnom filtru, koji će biti paran.

Tada se rekurzivno definira:

$$a_0 = \frac{1}{n}$$

$$a_m = \frac{1}{(n^2 - 4 \cdot m^2) \cdot a_{m-1}}$$

Filtri sa stupnjem podizanja su

$$s_m(z) = a_m \cdot (2 \cdot m + 1) \cdot (1 + z^{(-1)^m})$$

Rezultati podizanja su

$$x_{-1}(z) = z$$

$$x_0(z) = 1$$

$$x_{m+1}(z) = x_{m-1}(z) + a_m \cdot (2 \cdot m + 1) \cdot (z + z^{-1}) \cdot z^{(-1)^m} \cdot x_m(z)$$

odakle slijedi

$$x_{n/2}(z) = 2^{-n/2} \cdot (1 + z)^n \cdot z^{n/2 \bmod 2 - n/2}$$

Filtri  $x_{n/2}$  i  $x_{n/2-1}$  tvore CDF-n,0 filtarski slog.

## 2.Neparan broj faktora glatkoće

Sada, neka je  $n$  neparan.

Tada definiramo rekurzivno

$$a_0 = \frac{1}{n}$$
$$a_m = \frac{1}{(n^2 - (2 \cdot m - 1)^2) \cdot a_{m-1}}$$

Filtri sa stupnjem podizanja su

$$s_m(z) = a_m \cdot ((2 \cdot m + 1) + (2 \cdot m - 1) \cdot z) / z^{m \bmod 2}$$

Rezultati podizanja su

$$x_{-1}(z) = z$$
$$x_0(z) = 1$$
$$x_1(z) = x_{-1}(z) + a_0 \cdot x_0(z)$$
$$x_{m+1}(z) = x_{m-1}(z) + a_m \cdot ((2 \cdot m + 1) \cdot z + (2 \cdot m - 1) \cdot z^{-1}) \cdot z^{(-1)^m} \cdot x_m(z)$$

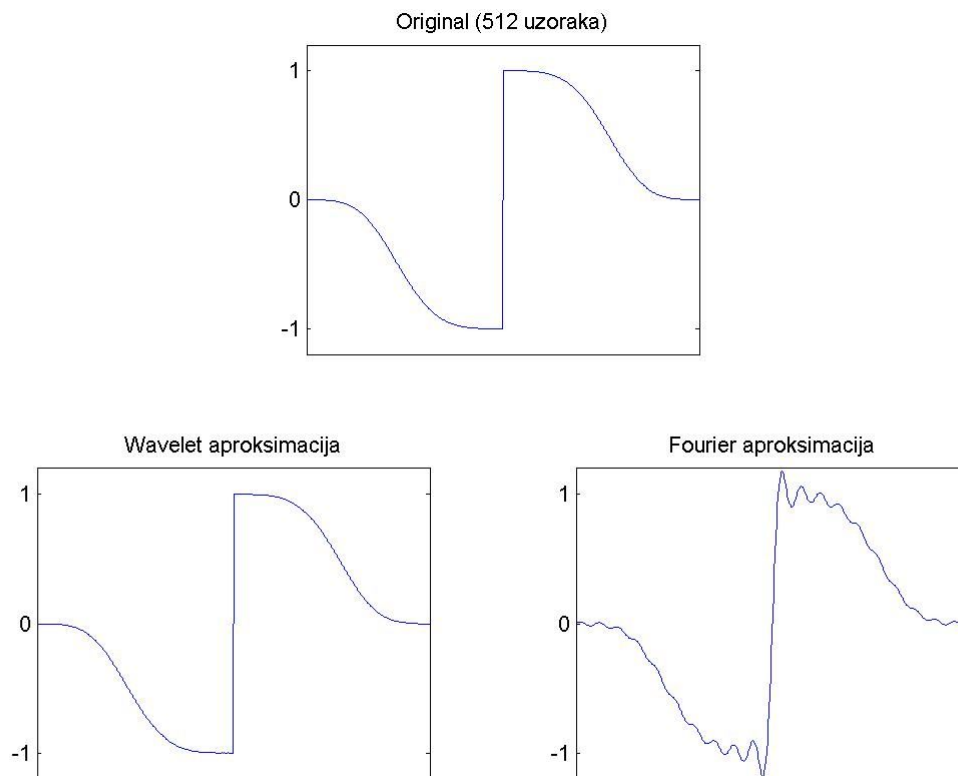
odakle slijedi

$$x_{(n+1)/2}(z) \sim (1 + z)^n$$

gdje zanemarujemo vektor translacije i konstante. Filtri  $x_{(n+1)/2}$  i  $x_{(n-1)/2}$  tvore CDF-n,1 filtarski slog.

# Rezultati

## Signali



Slika 6

Na slici vidimo originalni signal koji smo onda aproksimirali CDF waveletom i Fourierovom transformacijom. Iz same slike je vidljivo da je wavelet transformacija puno bolja. Maksimalna pogreška Fourierove aproksimacije je 2.244, dok je za wavelet puno manja i iznosi 0.014.

## Slike

Aproksimacija	PSNR (peak signal-to-noise ratio) [dB]			
	10:1	20:1	40:1	80:1
Slika01	51.7	47.6	44.2	41.18
Slika02	48.99	44.88	41.26	37.62
Slika03	48.10	44.82	41.61	38.83
Slika04	44.25	38.25	34.35	31.66
Slika05	36.92	32.52	29.43	27.18
Slika06	32.24	29.14	26.84	25.23
Slika07	34.67	29.70	26.63	24.55
Slika08	28.56	26.94	25.50	24.38

Iz tablice se vidi da za različite slike JPEG 2000 ima različite rezultate. Omjer PSNR ovisi o sadržaju slike. Pokazat ćemo krajnja 2 slučaja

Slika01



Orginalna slika



Aproksimacija 10:1





Aproximacija 20:1



Aproximacija 40:1



Aproximacija 80:1

Slika08



Originalna slika



Aproksimacija 10:1



Aproksimacija 20:1



Aproksimacija 40:1



Aproximacija 80:1

## **Zaključak**

Iz navedenih rezultata možemo uočiti da ovisnost kvalitete o faktoru kompresije ovisi o sadržaju slike, kao gore navedeni primjeri. U prvom primjeru vidljivo je da i kod stupnja aproksimacije od 40:1 nemožemo uočiti razliku između originalne slike i slike kompresirane JPEG 2000 standardom, a u drugom primjeru se već kod aproksimacije od 10:1 vide razlike.

Iako je JPEG 2000 definiran standard, i bolji je od dosadašnjeg standarda JPEG, rijetko se upotrebljava u praksi zato što JPEG još uvijek zadovoljava tehničke zahtjeve.

## Literatura

[http://en.wikipedia.org/wiki/JPEG\\_2000](http://en.wikipedia.org/wiki/JPEG_2000)

[http://en.wikipedia.org/wiki/Cohen-Daubechies-Feauveau\\_wavelet](http://en.wikipedia.org/wiki/Cohen-Daubechies-Feauveau_wavelet)

<http://www.mathworks.com/matlabcentral/>

[http://www.gvsu.edu/math/wavelets/student\\_work/EF/how-works.html](http://www.gvsu.edu/math/wavelets/student_work/EF/how-works.html)

<http://nmdos.zesoi.fer.hr/index.hr.html>