


 Zavod za elektroničke sustave
i obradbu informacija
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Sveučilište u Zagrebu

Sažeto uzorkovanje (Compressed sensing)

Davor Bonači

Projekt iz kolegija "Napredne metode digitalne obradbe signala"
Zagreb, 25. siječnja 2007.

Metode uzorkovanja

- ▶ Transform coding:
 - Shannon–Nyquistov teorem otipkavanja
 - naknadna kompresija
- ▶ Compressive (compressed) sensing:
 - otipkavanje sa smanjenim brojem uzoraka
 - bitno jednostavnija proizvodnja (i cijena)

Ulazni signal

- ▶ Realni, konačni, vremenski–diskretni signal x
- ▶ Vektor–stupac od N elemenata
- ▶ Rastav po nekoj bazi vektorskog prostora:

$$x = \sum_{i=1}^N s_i \phi_i \quad x = \Phi s$$

- ▶ **Definicija.** Za signal x kažemo da je **K -rijedak** ako postoji neka baza vektorskog prostora, takva da se signal x može zapisati kao linearna kombinacija samo K vektora baze.
- ▶ Kompresibilni signali

Mjerenje ulaznog signala

- ▶ Pretpostavka: moguće računati skalarni produkt ulaznog vektora s M drugih vektora
- ▶ Mjerna matrica Φ – vektori kao retci
- ▶ Izmjereni signal:

$$y = \Phi x = \Phi \psi s = \Theta s$$

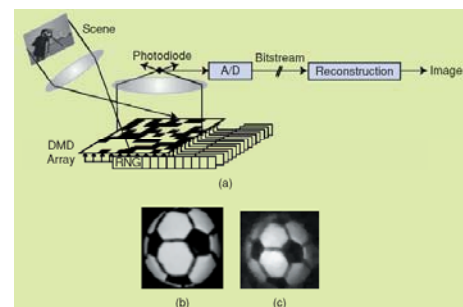
- ▶ Duljina signala: M (ostvarena kompresija)
- ▶ Sadrži informacije o K najvažnijih koeficijenata
- ▶ Slučajna matrica Φ – Gaussove slučajne varijable

Rekonstrukcija

- ▶ Rekonstrukcija vektora x iz vektora y
- $$y = \Phi x = \Phi \psi s = \Theta s$$
- ▶ Nepotpun sustav: M jednadžbi, N nepoznanica
 - ▶ Izbor pravog rješenja jednadžbe – optimizacija po l_1 normi:

$$s = \arg \min \|s\|_1, \quad \Theta s = y$$
 - ▶ Vremenska složenost: $O(N^3)$

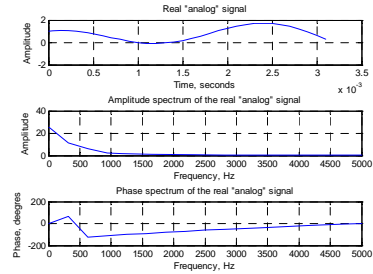
Primjena



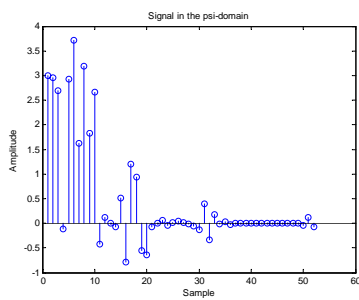
Primjeri u Matlabu

- ▶ Umjetni signal
 - zadovoljava "K-rijedak" uvjet
 - ostvarena potpuna rekonstrukcija
- ▶ Stvarni signal
 - crno-bijela slika veličine 64x64 piksela
 - zadovoljava uvjet kompresibilnosti
 - ostvarena djelomična rekonstrukcija

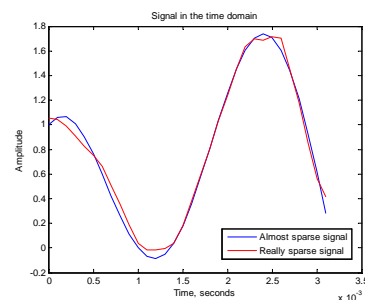
Umjetni signal, 1



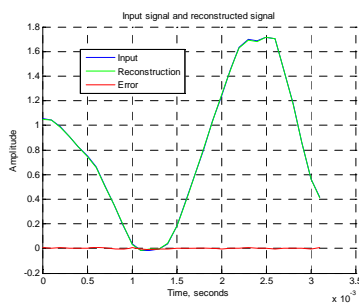
Umjetni signal, 2



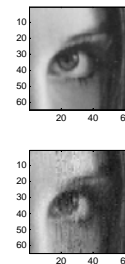
Umjetni signal, 3



Umjetni signal, 4



Stvarni signal - slika



Zaključak

- ▶ Upotrebljiva metoda
- ▶ Mali broj uzoraka signala
- ▶ Problem: brzina rekonstrukcije

- ▶ Literatura:
 - Richard G. Baraniuk, „Compressive Sensing“, IEEE Signal Processing Magazine, July 2007, pp 118-124

Pitanja