

L10. Polifazna reprezentacija filtarskih slogova

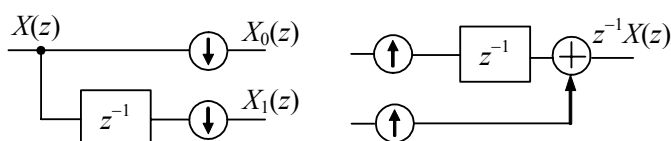
Uvod

Na vježbama ćete za zadani wavelet filtarski slog ('bior4.4') pronaći pripadne polifazne matrice. Realizirati ćete filtarski slog u polifaznoj domeni, uštedivši 50 % računskih operacija. Usporedit ćete rezultate s direktnom primjenom funkcije $dwt()$.

Nadalje, korištenjem rešetkaste strukture uz matrice rotacije konstruirat ćete ortogonalni filtarski slog. Provjerit ćete dobivene rezultate.

Polifazno razlaganje signala i impulsnog odziva filtera

Lijeni wavelet filtarski slog:



$$X(z) = X_0(z^2) + z^{-1}X_1(z^2)$$

Na isti način, polifazne komponente impulsnog odziva filtera su:

$$H_1(z) = H_{10}(z^2) + z^{-1}H_{11}(z^2) \quad H_0(z) = H_{00}(z^2) + z^{-1}H_{01}(z^2)$$

Filtarski slog u polifaznoj domeni

$$H_0(z)X(z) = \underbrace{H_{00}(z^2)X_0(z^2)}_{\text{parna komponenta odziva}} + \underbrace{z^{-1}H_{01}(z^2)z^{-1}X_1(z^2)}_{\text{parna komponenta odziva}} + \underbrace{H_{10}(z^2)z^{-1}X_1(z^2)}_{\text{neparna komponenta odziva}} + \underbrace{z^{-1}H_{11}(z^2)X_0(z^2)}_{\text{neparna komponenta odziva}}$$

Nakon decimacije neparne komponente (posljednja dva pribrojnika) se odbacuju, pa ostaju samo parne komponente odziva:

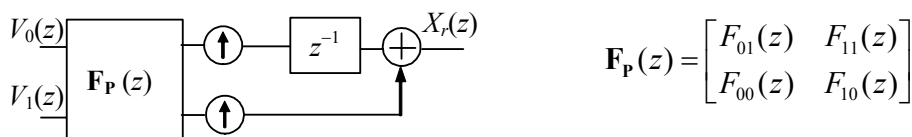
$$(\downarrow 2) H_0(z)X(z) = \underbrace{H_{00}(z^2)X_0(z^2)}_{\text{parna komponenta odziva}} + \underbrace{z^{-1}H_{01}(z^2)z^{-1}X_1(z^2)}_{\text{parna komponenta odziva}}$$

Analizirajuća strana filtarskog sloga u polifaznoj domeni:



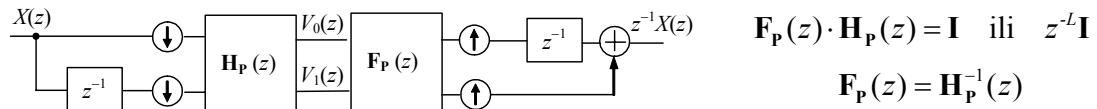
$$\mathbf{H}_P(z) = \begin{bmatrix} H_{00}(z) & H_{01}(z) \\ H_{10}(z) & H_{11}(z) \end{bmatrix}$$

Rekonstrukcijska strana filtarskog sloga u polifaznoj domeni:



$$\mathbf{F}_P(z) = \begin{bmatrix} F_{01}(z) & F_{11}(z) \\ F_{00}(z) & F_{10}(z) \end{bmatrix}$$

Sustav s potpunom rekonstrukcijom



Rešetkasta struktura

$$\mathbf{H}_p(z) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \\ & z^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_p(z) = z^{-1} \mathbf{H}_p^{-1}(z) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} z^{-1} & \\ & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

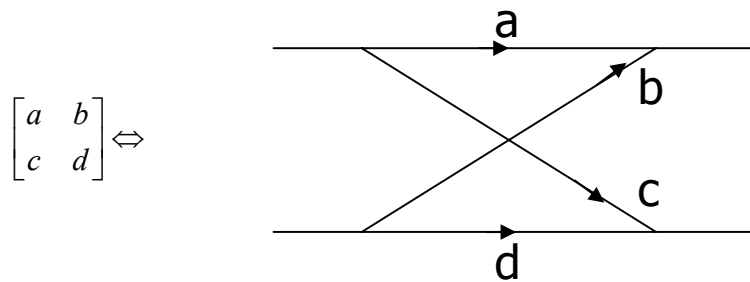
Pripadni analizirajući filtri su:

$$\text{NP: } H_0 = \{a, b, c, d\}, \quad \text{VP: } H_1 = \{a, b, -c, -d\}.$$

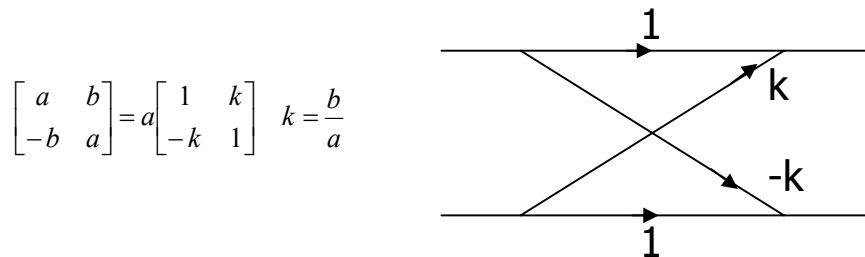
Za simetriju impulsnog odziva biramo $a=d$, $b=c$.

Za ortogonalnost biramo $d=a$, $c=-b$ i normiramo.

Rešetkasta realizacija:



Rešetkasta realizacija ortogonalnog sustava:



Uz izbor $a = d = \cos \theta$, $b = -d = \sin \theta$; $a^2 + b^2 = 1$ (izbjegavamo normiranje) imamo matricu rotacije:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \cos \theta \begin{bmatrix} 1 & k \\ -k & 1 \end{bmatrix} \quad k = \tan \theta.$$

Kaskada rešetkastih struktura s matricama rotacije osigurava ortogonalnost.