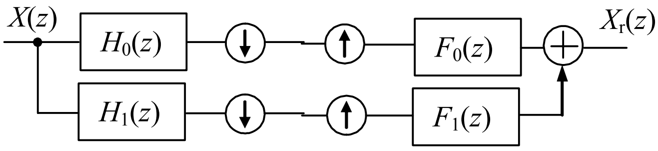
# L7. Dizajn filtarskog sloga sa potpunom rekonstrukcijom

## *Uvod*

Na vježbama ćete dizajnirati filtarski slog sa dvije grane, decimacijom i interpolacijom uz uvjet potpune rekonstrukcije.

Metoda dizajniranja filtara koju ćete koristiti u ovoj vježbi ostavlja određenu slobodu u odabiru realizacija analitičkih i rekonstrukcijskih filtara tako da će svaki student napraviti jednu od mogućih realizacija.

## *Dizajn filtarskog sloga sa PR*




Poznati su uvjeti za potpunu rekonstrukciju

$$F_0(z)\cdot H_0(z) + F_1(z)\cdot H_1(z) = 2z^{-L} \quad (1)$$

$$F_0(z)\cdot H_0(-z) + F_1(z)\cdot H_1(-z) = 0 \quad (2)$$

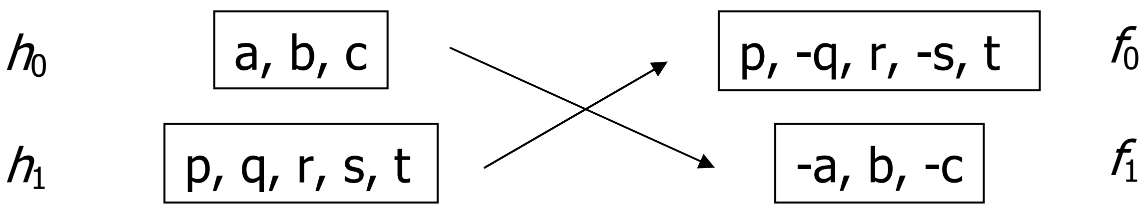
Ovakvi uvjeti još uvijek daju veliku slobodu kod dizajna samih filtara. Slobodnim odabirom određenih uvjeta odabiremo karakteristike filtarskog sloga (osim PR) te sužavamo stupnjeve slobode i približavamo se konačnoj formi filtara. Ukoliko odaberemo

$$F_1(z) = -H_0(-z) \;\; F_0(z) = H_1(-z), \quad (3)$$

tada dobivamo sljedeći odnos koeficijenata filtara

$$f_1[n] = -(-1)^n h_0[n]. \;\; f_0[n] = (-1)^n \cdot h_1[n], \quad (4)$$

Odnos koeficijenata možemo ilustrirati i slikom




U daljnjim koracima dizajna koristit ćemo produkt filtre $P_0(z) = F_0(z)\cdot H_0(z)$ i $P_1(z) = F_1(z)\cdot H_1(z)$.

Iz uvjeta (2) i (3) proizlazi

$$P_0(z) - P_0(-z) = 2z^{-L}. \tag{5}$$

Iz ovoga proizlazi da $P_0(z)$ uz sve neparne potencije od $z$ ima koeficijente jednake nuli, osim uz $z^{-L}$ gdje je koeficijent jednak jedan.

Sada odabiremo da $P_0(z)$ ima oblik binomnog, tj. maksimalno glatkog filtra.

$$P_0(z) = \left(1 + z^{-1}\right)^{2p} Q_{2p-2}(z). \tag{6}$$

Odabirom varijable $p$ dobivamo konačan izgled polinoma $P_0(z)$. Ukoliko raspišemo polinom i grupiramo koeficijente uz potencije od $z$, možemo primijeniti odabrane uvjete ( 4).

Time definiramo sustav više jednadžbi s više nepoznanica kojim možemo izračunati sve koeficijente polinoma $Q_{2p-2}(z)$, a time i dobiti konačan oblik polinoma $P_0(z)$.

Kada imamo konačan oblik polinoma $P_0(z)$, sve što ostaje je odabrati filtre $H_0(z)$ i $F_0(z)$ takve da zadovoljavaju uvjet $P_0(z) = F_0(z) \cdot H_0(z)$. Filtre $H_1(z)$ i $F_1(z)$ dobivamo iz filtara $H_0(z)$ i $F_0(z)$. Slobodu u ovom zadnjem koraku možemo iskoristiti za odabir analitičkih i rekonstrukcijskih filtara koji najbolje odgovaraju zadanoj primjeni.